

$$I_{k3a} = E_1 \frac{1}{R_1} + E_2 \frac{1}{R_2}; I_{k3b} = -E_1 \frac{1}{R_1} + J; I_{k3c} = -E_2 \frac{1}{R_2} + E_4 \frac{1}{R_4} - J.$$

Розв'язавши систему рівнянь (2.7), знаходимо вузлові напруги U_{ad} , U_{bd} , U_{cd} , а на їх підставі за формулами (2.6) обчислюємо струми віток.

У загальному випадку система рівнянь, складених за методом вузлових напруг, за умови, що базовий вузол має нульовий номер, можна записати у вигляді

$$\begin{aligned} G_{11}U_{10} - G_{12}U_{20} - \dots - G_{1n}U_{n0} &= I_{k31}; \\ &\vdots \\ -G_{n1}U_{10} - G_{n2}U_{20} - \dots + G_{nn}U_{n0} &= I_{k3n}, \end{aligned} \quad (2.9)$$

де діагональні елементи G_{kk} – арифметичні суми провідностей віток, приєднаних до вузла k ; $G_{jk} = G_{kj}$ – арифметичні суми провідностей віток, які з'єднують вузли j та k . Права частина I_{k3j} кожного j -го рівняння – це алгебрична сума струмів короткого замикання під'єднаних до j -го вузла віток. Для визначення останніх необхідно умовно закорочувати кожен віток і обчислювати струм короткого замикання за формулою

$$I_{k3j} = \sum_k G_k E_k + \sum_k J_k. \quad (2.10)$$

Добуток $G_k E_k$ береться зі знаком "плюс", якщо ЕРС E_k спрямована до вузла, і "мінус" – у протилежному випадку. Аналогічне правило для знаків струмів J_k .

Основні положення. В рівняннях, складених за методом вузлових напруг невідомими є напруги між вузлом, який прийнятий за базовий, і рештою вузлів. Кількість рівнянь при цьому така, яку необхідно скласти за першим законом Кірхгофа, тобто на одиницю менша від кількості вузлів.

З метою кращого засвоєння особливостей розглянутих вище методів розрахунку електричних кіл наведемо приклад їх застосування до одного і того ж електричного кола.

Приклад 2.4. Для зображеного на рис. 2.2 електричного кола записати рівняння для визначення струмів за законами Кірхгофа, за методом контурних струмів та за методом вузлових напруг.

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ

Навчальних закладів

Видавництво «Магнолія»
Львів

Рецензенти:

Сенько В.І. – доктор технічних наук, професор (Національний технічний університет "Київський політехнічний інститут")

Костін М.О. – доктор технічних наук, професор, (Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна)

Ш-38 Шегедин О.І., Маляр В.С. Теоретичні основи електротехніки: навчальний посібник для студентів дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – Львів: Видавництво «Магнолія»– 168 с.

ISBN 996-7827-48-8

Викладені основи теорії та методи аналізу ustalених режимів лінійних електричних кіл постійного, однофазного синусоїдного і несинусоїдного та трифазного струму, а також чотириполюсників. Основні теоретичні положення проілюстровано прикладами розв'язування типових задач. Описано лабораторні роботи та викладено методичні настанови до їх виконання. Наведено контрольні та екзаменаційні питання.

Метою навчального посібника є надання допомоги студентам дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів в їх самостійній роботі по вивченню дисциплін "Теоретичні основи електротехніки" та "Теорія електричних і магнітних кіл". Навчальний посібник буде корисним для студентів заочної форми навчання під час виконання контрольних завдань, підготовки до екзаменів та виконання лабораторних робіт.

УДК 621.3(075.8)

ISBN 996-7827-48-8

©Шегедин О.І., Маляр В.С.
© Видавництво «Магнолія»

Кількість невідомих, а отже і кількість незалежних рівнянь у методі вузлових напруг дорівнює кількості рівнянь, які необхідно скласти для даної схеми за першим законом Кірхгофа, тобто $n=n_l=q-l$. Визначивши вузлові напруги, знаходимо струми у вітках електричного кола за законом Ома.

Приклад 2.3. Суть методу вузлових напруг розглянемо на прикладі електричного кола, схема якого зображена на рис.2.1.

Приймемо потенціал вузла d рівним нулю, тобто $\varphi_d=0$, тоді невідомими будуть потенціали $\varphi_a, \varphi_b, \varphi_c$, інших трьох вузлів. Враховуючи (2.5), замість потенціалів вузлів, будемо користуватись вузовими напругами U_{ad}, U_{bd}, U_{cd} . Для складання системи рівнянь за методом вузлових напруг скористаємось записаними за першим законом Кірхгофа в п. 2.1 рівняннями. Струми у вітках схеми виразимо через вузлові напруги

$$\begin{aligned} I_1 &= G_1 (E_1 - U_{ab}); \\ I_2 &= G_2 (-E_2 + U_{ac}); \\ I_3 &= G_3 U_{ad}; \\ I_4 &= -G_4 U_{cd}; \\ I_5 &= G_5 U_{bd}; \\ I_6 &= G_6 U_{bc}, \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$\text{де } G_1 = \frac{1}{R_1}; G_2 = \frac{1}{R_2}; G_3 = \frac{1}{R_3}; G_4 = \frac{1}{R_4}; G_5 = \frac{1}{R_5}; G_{67} = \frac{1}{R_6 + R_7}.$$

Підставивши отримані вирази у записані за першим законом Кірхгофа рівняння та врахувавши, що $U_{ab} = U_{ad} - U_{bd}$, $U_{ac} = U_{ad} - U_{cd}$, $U_{bc} = U_{bd} - U_{cd}$, отримаємо

$$\begin{aligned} G_{aa}U_{ad} - G_{ab}U_{bd} - G_{ac}U_{cd} &= I_{k3a}; \\ -G_{ba}U_{ad} + G_{bb}U_{bd} - G_{bc}U_{cd} &= I_{k3b}; \\ -G_{ca}U_{ad} - G_{cb}U_{bd} + G_{cc}U_{cd} &= I_{k3c}, \end{aligned} \quad (2.7)$$

де

$$\begin{aligned} G_{aa} &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}; G_{bb} = \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_6 + R_7}; G_{cc} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_6 + R_7}; \\ G_{ab} &= G_{ba} = \frac{1}{R_1}; G_{ac} = G_{ca} = \frac{1}{R_2}; G_{bc} = G_{cb} = \frac{1}{R_6 + R_7}; \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned}
 (R_1 + R_3 + R_5)I_{k1} - R_3I_{k2} - R_5I_{k3} &= E_1; \\
 (R_2 + R_3 + R_4)I_{k2} - R_3I_{k1} - R_4I_{k3} &= -E_2 - E_4; \\
 (R_4 + R_5 + R_6 + R_7)I_{k3} - R_5I_{k1} - R_4I_{k2} &= E_4 + (R_6 + R_7)J.
 \end{aligned}
 \tag{2.3}$$

Розв'язавши систему (2.3) лінійних рівнянь, знаходимо контурні струми I_{k1} , I_{k2} , I_{k3} . Струми у вітках виражаємо через контурні струми, враховуючи і струм ДС, за формулами:

$$\begin{aligned}
 I_1 &= I_{k1}; & I_2 &= I_{k2}; & I_3 &= I_{k1} - I_{k2}; \\
 I_4 &= -I_{k2} + I_{k3}; & I_5 &= -I_{k1} + I_{k3}; \\
 I_6 &= -I_{k3} + J.
 \end{aligned}
 \tag{2.4}$$

Основні положення. Контурні струми – це розрахункові величини, через які можна обчислити реальні струми у вітках. Метод контурних струмів дає змогу знизити порядок системи рівнянь, яку необхідно розв'язувати для визначення струмів у вітках. Згідно з цим методом вважається, що в кожному контурі протікає окремий контурний струм. Кількість рівнянь, які необхідно скласти за методом контурних струмів, така, як за другим законом Кірхгофа. Рівняння складаються для незалежних контурів. Реальні струми у вітках електричного кола визначаються як алгебрична сума контурних струмів.

2.3. Метод вузлових напруг

Струм у вітці кола визначається різницею потенціалів між вузлами, до яких вона під'єднана, і не залежить від абсолютного значення потенціалів вузлів. Тому для визначення різниць потенціалів між вузлами схеми можна задатись (довільно) значенням потенціалу одного вузла і за цієї умови знайти потенціали решти вузлів. Як правило, вважають, що потенціал одного вузла дорівнює нулю. Цей вузол називають базовим. Його прийнято позначати індексом "0". Напруги між рештою $q-1$ вузлів електричного кола і базовим називають вузловими. Для їх знаходження необхідно скласти систему рівнянь, порядок якої буде на одиницю менший від кількості вузлів. Метод розрахунку електричних кіл, у якому за невідомі приймаються вузлові напруги, називають методом вузлових напруг. Зауважимо, що напруга між k -им вузлом схеми і базовим (0) дорівнює різниці потенціалів між цим вузлом і базовим, тобто

$$U_{k0} = \varphi_k - \varphi_0 = \varphi_k - 0 = \varphi_k. \tag{2.5}$$

Метод вузлових напруг, як і метод контурних струмів, дає змогу значно знизити порядок системи рівнянь, яку необхідно розв'язати для визначення струмів віток, і тим самим зменшити об'єм обчислень.

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА	6
ВСТУП	8
РОЗДІЛ 1. ФІЗИЧНІ ВЕЛИЧИНИ, СТРУКТУРНІ ЕЛЕМЕНТИ ТА ОСНОВНІ ЗАКони ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ	10
1.1. Основні поняття і закони електромагнітного поля	10
1.2. Електричний струм. Напруга. Електрорушійна сила. Потужність	13
1.3. Електричне коло та його елементи. Заступна схема	16
1.4. Джерела електричної енергії	18
1.5. Пасивні елементи електричних кіл та їх рівняння	19
1.6. Закони Кірхгофа	21
1.7. Електрична енергія та потужність	23
1.8. Поняття про дуальність електричних кіл	24
1.9. Контрольні запитання	25
РОЗДІЛ 2. ЛІНІЙНІ ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ	27
2.1. Аналіз електричних кіл постійного струму на основі законів Кірхгофа	27
2.2. Метод контурних струмів	28
2.3. Метод вузлових напруг	30
2.4. Метод еквівалентного генератора	34
2.5. Розрахунок лінійних електричних кіл методом накладання (суперпозиції)	35
2.6. Еквівалентні перетворення (трансфігурація) схем електричних кіл	36
2.7. Енергетичні співвідношення в електричних колах постійного струму	38
2.8. Контрольні запитання	39
РОЗДІЛ 3. ЛІНІЙНІ ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА ОДНОФАЗНОГО СИНУСОЇДНОГО СТРУМУ	41
3.1. Основні поняття та визначення	41
3.2. Діюче та середнє значення синусоїдного струму, ЕРС, напруги	42
3.3. Зображення синусоїдної величини на комплексній площині	44
3.4. Пасивні елементи в електричному колі синусоїдного струму	47

3.5. Комплексний опір і комплексна провідність. Закон Ома в комплексній формі	52
3.6. Потужності в електричному колі синусоїдного струму ...	54
3.7. Символічний метод розрахунку електричних кіл синусоїдного струму	58
3.8. Резонансні явища в електричному колі змінного струму .	58
3.9. Електричні кола зі взаєміндуктивними зв'язками	64
3.10. Приклади розв'язування задач	67
3.11. Контрольні запитання	77
РОЗДІЛ 4. ТРИФАЗНІ КОЛА	80
4.1. Основні поняття та визначення	80
4.2. Способи з'єднання фаз у трифазних колах	83
4.3. Розрахунок трифазних кіл	85
4.4. Потужності трифазного кола	91
4.5. Вимірювання потужності у трифазних колах	92
4.6. Метод симетричних складових	95
4.7. Приклади розв'язування задач	99
4.8. Контрольні запитання	105
РОЗДІЛ 5. ПЕРІОДИЧНІ НЕСИНУСОЇДНІ СТРУМИ	107
5.1. Основні поняття та визначення	107
5.2. Діюче та середнє значення періодичних несинусоїдних струмів. Коефіцієнти, що характеризують форму несинусоїдних струмів	112
5.3. Потужності в колі періодичного несинусоїдного струму .	114
5.4. Аналіз лінійних електричних кіл несинусоїдного струму	116
5.5. Резонансні явища в електричних колах несинусоїдного струму	118
5.6. Приклади розв'язування задач	118
5.7. Контрольні запитання	121
РОЗДІЛ 6. ТЕОРІЯ ПРОХІДНИХ ЧОТИРИПОЛЮСНИКІВ	123
6.1. Загальна характеристика чотиріполіусників	123
6.2. Рівняння прохідних пасивних чотиріполіусників	125
6.3. Заступні схеми взаємних чотиріполіусників	129
6.4. Способи визначення параметрів чотиріполіусників	132
6.5. Характеристичні (вторинні) параметри чотиріполіусників	133
6.6. Рівняння симетричних чотиріполіусників у гіперболічній формі	137
6.7. Способи сполучення чотиріполіусників	138
6.8. Рівняння активних автономних чотиріполіусників	142

у вітках. При складанні рівнянь за методом контурних струмів необхідно, обходячи контур, користуватись тими ж правилами вибору знаків напруг, що і при складанні рівнянь за другим законом Кірхгофа. Система складених за методом контурних струмів рівнянь має вигляд

$$\begin{aligned} R_{11}I_{k1} - R_{12}I_{k2} - \dots - R_{1n}I_{kn} &= E_{11}; \\ &\vdots \\ -R_{n1}I_{k1} - R_{n2}I_{k2} - \dots + R_{nn}I_{kn} &= E_{kk}, \end{aligned} \quad (2.2)$$

де позначено: R_{kk} – сума опорів усіх елементів, які входять до k -контура, який будемо називати власним опором k -контура; $R_{km}=R_{mk}$ – сума опорів елементів, які є спільними для k -го і m -го контурів, які будемо називати взаємними опорами цих контурів; E_{kk} – алгебрична сума всіх ЕРС, які входять до контура. При складанні останньої необхідно брати з плюсом ЕРС, напрям яких збігається з напрямом обходу контура, і з мінусом – напрям яких не збігається. В системі рівнянь (2.2) перед власними опорами стоять знаки "плюс", а перед взаємними – "мінус". Це відповідає такому випадкові, коли напрями контурних струмів вибрані однотипно: за годинниковою стрілкою або проти. Якщо цього правила не дотримуватись, то необхідно ставити знак "+" чи "-" в залежності від того чи збігається напрям контурного струму суміжного контура в даній вітці з напрямом протікання в ній власного контурного струму. Струм ДС розглядається як відомий контурний струм, для якого необхідно вибрати замкнений шлях (через будь-які вітки).

Для визначення реальних струмів у вітках необхідно задатись (довільно, як і при складанні рівнянь за законами Кірхгофа) додатними їх напрямками. Реальний струм у вітці схеми знаходять як алгебричну суму контурних струмів, які протікають через дану вітку, враховуючи струм ДС. Якщо напрям контурного струму збігається з додатним напрямом струму у вітці, то перед ним ставиться знак "+", а якщо протилежний до нього, то ставиться знак "-".

Приклад 2.2. Розглянемо те ж електричне коло (рис. 2.1), для якого в попередньому параграфі були складені рівняння за законами Кірхгофа. Для цього вважатимемо, що в кожному з вибраних під час запису рівнянь за другим законом Кірхгофа контурі протікає свій контурний струм, а струм ДС замикається через вітку з резисторами R_6 та R_7 . Зауважимо, що для замикання струму ДС можна було обрати і інший шлях, наприклад, через R_4 та R_5 . Додатні напрями контурних струмів приймемо такі, як показано на рисунку, тобто за годинниковою стрілкою. Система рівнянь, складена за методом контурних струмів, для схеми рис. 2.1, має вигляд

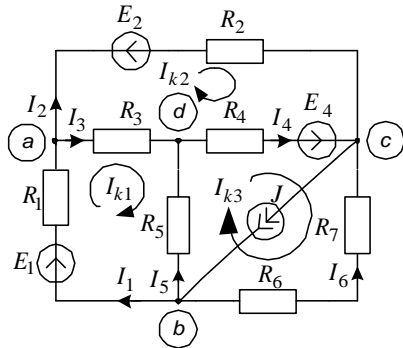


Рис. 2.1.

Зауважимо, що струм у вітці з ДС відомий. Повна система рівнянь при зображених на рисунку додатних напрямках струмів має вигляд:

$$I_2 + I_3 - I_1 = 0;$$

$$I_1 + I_5 + I_6 - J = 0;$$

$$-I_2 - I_4 - I_6 + J = 0;$$

$$R_1 I_1 + R_3 I_3 - R_5 I_5 = E_1;$$

$$R_2 I_2 - R_4 I_4 - R_3 I_3 = -E_2 - E_4;$$

$$R_4 I_4 - (R_6 + R_7) I_6 + R_5 I_5 = E_4.$$

Основні положення. Загальна кількість рівнянь, які необхідно скласти за законами Кірхгофа, дорівнює кількості віток, не рахуючи віток з джерелами струму. З них за першим законом Кірхгофа складають таку кількість рівнянь, яка на одиницю менша від кількості вузлів, а решту рівнянь необхідно скласти за другим законом для незалежних контурів.

2.2. Метод контурних струмів

Електричне коло будь-якої складності можна розрахувати на підставі рівнянь Кірхгофа, розв'язавши систему рівнянь n -го порядку. Однак об'єм обчислень може бути суттєво зменшений, якщо застосувати метод контурних струмів. При цьому система рівнянь, в якій невідомими є контурні струми, має порядок $n - n_2$, тобто такий, як за другим законом Кірхгофа. Вважається, що у кожному контурі протікає свій контурний струм, напрям якого можна вибирати довільно. Контурні струми – це фіктивні (розрахункові) струми, через які можна визначити реальні струми

6.9. Приклади розв'язування задач	144
6.10. Контрольні запитання	149

РОЗДІЛ 7. ЛАБОРАТОРНІ РОБОТИ ТА

ЕКЗАМЕНАЦІЙНІ ПИТАННЯ	151
-----------------------------	-----

7.1. Дослідження електричного кола змінного струму при послідовному з'єднанні елементів	151
7.2. Дослідження резонансу напруг у лінійному електричному колі змінного струму	153
7.3. Дослідження усталеного режиму трифазного електричного кола змінного струму при з'єднанні споживачів зіркою	156
7.4. Дослідження усталеного режиму трифазного електричного кола змінного струму при з'єднанні споживачів трикутником	159
7.5. Дослідження пасивного прохідного чотириполюсника ...	162
7.6. Екзаменаційні питання	164

ЛІТЕРАТУРА	167
------------------	-----

ПЕРЕДМОВА

Дисципліна "Теоретичні основи електротехніки" (ТОЕ) є базовою для багатьох спеціальностей електротехнічного профілю, оскільки забезпечує фундаментальну підготовку для вивчення спеціальних дисциплін, вона є визначальною у формуванні фахового рівня інженерів-електриків. Як правило, дисципліна ТОЕ вивчається протягом трьох семестрів і відповідно складається з трьох частин. Перші дві частини присвячені теорії та методам розрахунку лінійних електричних кіл, а третя – теорії нелінійних електричних і магнітних кіл та теорії електромагнітного поля.

Навчальний посібник за обсягом та змістом відповідає програмі підготовки фахівців електротехнічних та електромеханічних спеціальностей з дисципліни "Теоретичні основи електротехніки" і охоплює її першу частину. До посібника увійшли розділи: Фізичні величини, структурні елементи та основні закони електричних кіл; Лінійні електричні кола постійного струму; Лінійні електричні кола однофазного синусоїдного струму; Трифазні кола; Періодичні несинусоїдні струми; Теорія прохідних чотириполюсників; Лабораторні роботи та екзаменаційні питання. Теоретичний матеріал посібника викладений в короткій, але доступній для розуміння формі і проілюстрований прикладами розв'язування задач.

Особливістю посібника є достатньо широка ілюстрація теоретичного матеріалу прикладами розв'язування типових задач, наявність контрольних і екзаменаційних питань, а також методичних настанов до виконання необхідного мінімуму лабораторних робіт. З цього погляду посібник є самодостатнім, що важливо для студентів, які вивчають дисципліну ТОЕ самостійно і нерідко не мають змоги відвідувати бібліотеки з технічною літературою.

В посібнику висвітлено лише основні, мінімально необхідні аспекти теорії та методів аналізу лінійних електричних кіл постійного і змінного струму, що дає змогу зосередитись на основному матеріалі, після засвоєння якого студент може розширити й доповнити свої знання, звернувшись до наведеної в кінці посібника навчальної літератури. До списку літератури увійшли підручники та навчальні посібники, які видані за останні десятиліття. Більшість з них написана російською мовою, що зайвий раз підтверджує необхідність видання цього посібника. Однак слід зауважити, що студенти можуть використовувати навчальну літературу будь-яких років видання, оскільки дисципліна ТОЕ є класичною і в своїй основі залишається незмінною.

Позначення фізичних величин відповідними літерами прийнято у відповідності до вимог Держстандарту України та Міжнародної електротехнічної комісії. Комплексні значення величин, які є відображеннями

РОЗДІЛ 2



ЛІНІЙНІ ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

2.1. Аналіз електричних кіл постійного струму на основі законів Кірхгофа

Режим роботи електричного кола будь-якої складності повністю описується системою рівнянь, складених на підставі першого (1.22) та другого (1.24) законів Кірхгофа. Математичний запис цих рівнянь для електричного кола постійного струму має вигляд

$$\sum_k I_k, J_k = 0; \quad \sum_k R_k I_k = \sum_k E_k. \quad (2.1a, б)$$

Для складання рівнянь Кірхгофа рекомендується дотримуватись такої послідовності:

а) задатись (довільно) умовно додатними напрямками струмів у всіх вітках;

б) вибрати незалежні контури, утворюючи замкнені шляхи з віток електричного кола так, щоб кожен наступний контур відрізнявся від попереднього хоча б однією віткою;

в) задатись (довільно) напрямом обходу кожного утвореного контура.

Зауважимо, що до утворених незалежних контурів не можуть входити вітки з ДС. Незалежні контури, які відповідають коміркам схеми електричного кола, називають натуральними.

Другим законом Кірхгофа можна користуватись для визначення напруги між будь-якими двома точками схеми. В цьому випадку необхідно ввести до правої частини рівняння (2.1б) напругу між цими точками як таку, що доповнює незамкнений контур до замкненого.

Приклад 2.1. Розглянемо зображене на рис. 2.1 електричне коло, яке має сім віток, з яких одна із ДС та чотири вузли, тобто $p=6$, $q=4$. Отже, для даної схеми необхідно скласти $n_1 = q - 1 = 3$ рівняння за першим законом Кірхгофа та $n_2 = p - q + 1 = 3$ рівняння – за другим.

6. Які існують види електричного струму?
7. Який вид струму має місце в металевих провідниках?
8. У чому суть принципу неперервності електричного струму?
9. Які умови тривалого існування електричного струму?
10. Який електричний струм називається постійним, а який змінним?
11. Що називається електричною напругою? Спадом напруги?
12. Яка відмінність між напруженістю електричного поля і напругою в електричному колі?
13. Чим відрізняється напруга джерела від його ЕРС?
14. Як виміряти ЕРС джерела?
15. Чому напруга на затискачах джерела за наявності струму у ньому не дорівнює ЕРС?
16. Як на заступній схемі представляються джерела електричної енергії?
17. Як замінити заступну схему реального джерела ЕРС на заступну схему джерела струму і навпаки?
18. Як можна визначити опір провідника?
19. Які елементи електричного кола називаються активними, а які пасивними?
20. Який вигляд мають рівняння для резистора, котушки індуктивності, конденсатора?
21. Як вибирається на схемі додатний напрям струму та напруги?
22. Що називається вузлом електричного кола? Віткою?
23. Що називається двополюсником? Чотириполюсником?
24. Як формулюється перший закон Кірхгофа?
25. Як формулюється другий закон Кірхгофа?
26. Яку кількість рівнянь необхідно скласти за першим і яку за другим законами Кірхгофа для однозначного опису процесів у колі?
27. Як визначається миттєва потужність електричного кола?
28. Які елементи електричного кола називаються дуальними?

синусоїдних функцій часу, позначені великими літерами з крапками над ними, а всі інші – рисками під ними. Миттєві значення електричних величин, які є функціями часу, позначені малими літерами, а діючі, середні та амплітудні значення – великими літерами.

Метою навчального посібника є надання допомоги студентам дистанційної форми навчання електротехнічних та електромеханічних спеціальностей вищих навчальних закладів в їх самостійній роботі під час вивчення дисципліни ТОЕ.

Автори глибоко вдячні рецензентам: проф. В.І. Сеньку та проф. М.О. Костіну за зроблені під час рецензування зауваження та рекомендації. За технічне оформлення посібника автори висловлюють подяку Л.А. Акуловій, Д.І. Бойко, С.Г. Самойловій, які здійснили комп'ютерний набір посібника.

ВСТУП

Сучасне суспільство неможливо уявити без використання електричної енергії. Практично всі матеріальні та духовні потреби людини задовольняються з використанням електричної енергії. Електротехніка, як галузь техніки, виконує енергетичну, технологічну та інформаційну функції. Вона базується на використанні електричних та магнітних явищ, які мають місце в різноманітних електротехнічних пристроях. На вивчення якісної та кількісної сторін цих явищ спрямована дисципліна “*Теоретичні основи електротехніки*” (ТОЕ). Вона є теоретичною базою для вивчення всіх електротехнічних дисциплін, а тому має визначальне значення у фаховій підготовці спеціалістів електротехнічного профілю. Основне завдання дисципліни ТОЕ – навчити студентів користуватись основними законами електротехніки під час розв'язування практичних задач.

У дисципліні ТОЕ електромагнітні явища розглядаються з двох позицій: на основі теорії кіл та на основі теорії електромагнітного поля. Однак таке розмежування є дещо умовним, оскільки деякі процеси доцільно досліджувати на основі поєднання теорії кіл та теорії поля. Вибір того чи іншого підходу до аналізу електромагнітних процесів залежить від умов конкретної задачі.

Теорія кіл базується на наближеній заміні електротехнічного пристрою заступною схемою, в якій реальні елементи замінені ідеалізованими. Під час аналізу кіл використовуються інтегральні величини, як-то струм, напруга, опір тощо. Електричні кола в основному розглядаються як такі, що мають зосереджені параметри. Проте існує низка практично важливих задач, де необхідно враховувати розподіл параметрів (індуктивностей, ємностей, провідностей). Теорія електричних кіл зі зосередженими параметрами дає змогу розв'язати широкий клас задач аналізу процесів у електротехнічних пристроях. Сюди відносяться електричні кола промислової частоти, за виключенням довгих ліній пересилання електроенергії та ліній зв'язку. Необхідно мати на увазі, що одне і те ж електричне коло може по-різному себе поводити при різних частотах джерел живлення. Наприклад, при низькій частоті можна знехтувати ємністю між витками котушки, однак при високих частотах таке припущення може призвести до значних помилок, оскільки струми зміщення в діелектрику навколо витків котушки можуть бути сумірні зі струмами у витках. Під час пересилання електроенергії на далекі відстані, а також інформації має місце залежність струмів і напруг як від часу, так і від відстані. Це означає, що у цьому випадку лінія пересилання не може бути представлена зосередженими параметрами. Такі кола характеризуються погонними значеннями параметрів, тобто такими, що припадають на одиницю довжини лінії. Крім

зображені на рис. 1.7а і рис. 1.7б. Залежності між напругами і струмами для них мають вигляд

$$u_R = Ri_R \leftrightarrow i_G = Gu_G;$$

$$u_L = L \frac{di_L}{dt} \leftrightarrow i_C = C \frac{du_C}{dt};$$

$$u_C = \frac{1}{i_C} \int i_C dt \leftrightarrow i_L = \frac{1}{L} \int u_L dt.$$

При послідовному з'єднанні елементів електричного кола додаються напруги на них, а при паралельному – струми, тому послідовному з'єднанню елементів відповідає паралельне з'єднання їх дуальних аналогів, а паралельному з'єднанню елементів – послідовне з'єднання дуальних аналогів. Наприклад, дуальними є електричні кола, зображені на рис. 1.8а і рис. 1.8б.

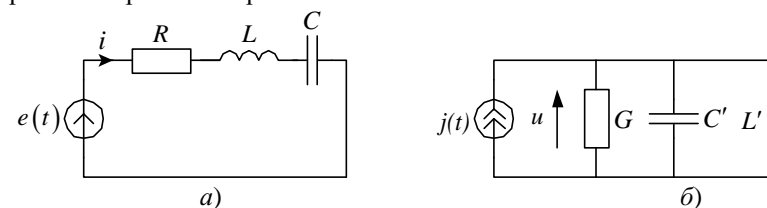


Рис. 1.8.

Їм відповідають рівняння

$$e(t) = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int idt; \quad (1.30a)$$

$$j(t) = Gu + C' \frac{du}{dt} + \frac{1}{L'} \int udt \quad (1.30б)$$

Як буде показано далі, для дуальних електричних кіл закон зміни контурних струмів подібний за формою до закону зміни вузлових напруг.

1.9. Контрольні запитання

1. Які електричні та магнітні величини використовуються в теорії електромагнітного поля, а які в теорії кіл?
2. У чому суть явища електромагнітної індукції?
3. Чим відрізняється реальне електричне коло від його заступної схеми?
4. Які електричні кола називають лінійними, а які нелінійними?
5. Що називається електричним струмом? Густиною струму?

$$p(t) = u(t)i(t). \quad (1.28)$$

Миттєва потужність – це швидкість зміни електромагнітної енергії в часі. Отже, опускаючи аргумент t , отримаємо

$$p = dW/dt = ui. \quad (1.29)$$

Миттєва потужність p додатна в момент часу, коли u та i мають однакові знаки, і від'ємна, коли ці знаки різні. Якщо для деякого споживача $p > 0$, енергія поступає до приймача, а якщо $p < 0$, вона повертається до джерела.

Основні положення. Миттєве значення електричної потужності визначається як добуток миттєвого значення напруги на миттєве значення струму. У загальному випадку миттєва потужність є функцією часу і може приймати як додатне, так і від'ємне значення.

1.8. Поняття про дуальність електричних кіл

Порівнюючи математичний запис рівнянь елементів електричного кола (наприклад, (1.19) і (1.20)), можна зауважити, що за формою вони подібні. Елементи, для яких основні співвідношення мають однакову структуру і можуть бути отримані одне з іншого шляхом відповідних заміन, називають **дуальними**. Ці заміни мають вигляд: $i \leftrightarrow u$, $L \leftrightarrow C$, $R \leftrightarrow G$, $e \leftrightarrow j$. Кількісні співвідношення, які зв'язують напруги і струми деякого електричного кола, справедливі для дуальних величин дуального електричного кола. Дуальними є елементи,

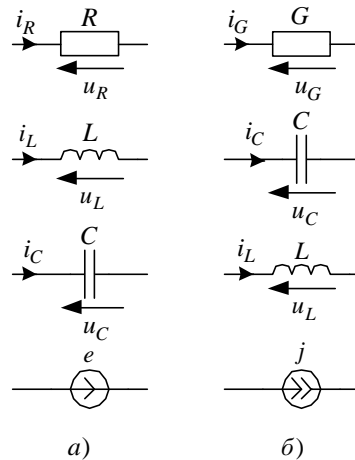


Рис. 1.7.

того, ці параметри можуть мати нерівномірний розподіл. Виходячи зі сказаного, розрізняють електричні кола зі зосередженими та розподіленими параметрами.

Теорія електромагнітного поля базується на використанні диференціальних величин (напруженості, індукції тощо) і дає змогу визначати електричні та магнітні величини в кожній точці простору в будь-який момент часу. Вона служить теоретичною основою для визначення основних понять та меж застосування теорії кіл.

Дисципліна ТОЕ базується на відповідних розділах фізики та вищій математики. Вона, як правило, складається з трьох частин. Розподіл навчального матеріалу по частинах відображений в робочій програмі.



1.1. Основні поняття і закони електромагнітного поля

В основі електротехніки як науки, лежить вчення про електромагнітні явища та їх практичне застосування. Згідно зі сучасними поглядами на електромагнітні явища між електричними та магнітними явищами існує нерозривний зв'язок. Будь-яке електромагнітне явище має дві сторони – електричну та магнітну, і розглядати їх треба у взаємозв'язку. Іншими словами, електричне і магнітне поля – це дві сторони єдиного електромагнітного поля. В той же час за певних умов в деякій області простору можуть проявлятися лише електричні або лише магнітні явища. Наприклад, поза нерухомими зарядженими провідними тілами проявляється тільки електричне поле. Аналогічно, навколо нерухомого магніту проявляється лише магнітне поле. Однією із задач теоретичної електротехніки є вивчення зв'язків між електричними і магнітними явищами. Електричне поле створюється електричними зарядами, а також змінним магнітним полем. Магнітне поле створюється рухомими зарядженими частинками, а також змінним електричним полем.

Об'єктивно існує єдине електромагнітне поле, яке не залежить від системи координат (умов спостереження), а поділ його на електричну та магнітну складові пов'язаний з умовами спостереження (системою координат). Зокрема, навколо нерухомого відносно нас зарядженого тіла за допомогою пробного точкового заряду ми виявляємо електричне поле, а в просторі навколо нерухомого відносно нас постійного магніту – магнітне поле. Можливість реалізувати такі умови, за яких у деякій області простору проявляється лише одна сторона єдиного електромагнітного процесу, дає змогу вивчати й досліджувати їх окремо. Однак слід пам'ятати, що в загальному випадку електричні та магнітні явища зв'язані між собою.

Електромагнітне поле існує в просторі та часі. В теорії електромагнітного поля використовуються диференціальні величини (напруженості електричного та магнітного полів, індукція, густина струму тощо), які відносяться до окремих точок середовища і можуть бути як постійними, так і змінними в часі. Математичний опис електромагнітного поля здійснюється на основі рівнянь Максвелла. Поряд з тим більшість

законом Кірхгофа рівняннях.

Складаючи рівняння за другим законом Кірхгофа, необхідно стежити за тим, щоб вибрані контури були *незалежними*. Контури будуть незалежними, якщо до кожного утвореного нового контура входить хоча б одна вітка, яка не увійшла до вже утворених контурів. Крім того, вітки з ДС контурів не утворюють. Це означає, що під час утворення незалежних контурів необхідно вважати ці вітки розімкненими.

У загальному випадку задача розрахунку складного електричного кола полягає у визначенні невідомих струмів у вітках при заданих величинах ЕРС та ДС. Отже кількість рівнянь повинна дорівнювати кількості віток, крім віток з ДС. Ці рівняння складаються за законами Кірхгофа. Із них за першим законом складають

$$n_1 = q - 1 \quad (1.25a)$$

рівнянь, де q – кількість вузлів схеми. Решту рівнянь складають за другим законом Кірхгофа. Якщо до електричного кола входить p віток (до p не входять вітки з ДС), то кількість рівнянь, складених за другим законом Кірхгофа,

$$n_2 = p - n_1 = p - q + 1. \quad (1.25b)$$

Загальна кількість рівнянь

$$n = n_1 + n_2 = p. \quad (1.26)$$

Основні положення. Електричне коло будь-якої складності можна розрахувати на підставі двох законів Кірхгофа. Перший закон Кірхгофа стосується вузла електричного кола, а другий – замкненого контура. Їх формулювання наступне.

Перший закон: алгебрична сума струмів віток, що сходяться у вузлі, дорівнює нулю.

Другий закон: алгебрична сума ЕРС і спадів напруг у замкненому контурі дорівнює нулю.

Для складання рівнянь Кірхгофа необхідно:

- задати (довільно) додатними напрямками струмів у вітках;
- утворити (вибрати) незалежні контури;
- задати (довільно) напрямками обходу вибраних контурів.

1.7. Електрична енергія та потужність

Електромагнітна енергія обчислюється за формулою

$$W = \int p dt, \quad (1.27)$$

де p – миттєве значення потужності, яка в кожний момент часу t пропорційна до миттєвих значень напруги $u(t)$ та струму $i(t)$ двополосника

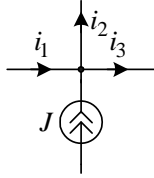


Рис. 1.5.

Другий закон Кірхгофа стосується електричного контура, під яким розуміють будь-який замкнений шлях, утворений вітками складного кола. Він має наступне формулювання. У замкненому контурі алгебрична сума спадів напруг u_k на всіх ділянках контура дорівнює алгебричній сумі ЕРС джерел. Іншими словами, можна сказати, що у замкненому контурі алгебрична сума напруг і ЕРС дорівнює нулю. Ці два формулювання можна відобразити математично у вигляді

$$\sum_k u_k = \sum_k e_k \quad \text{або} \quad \sum_k u_k e_k = 0. \quad (1.24a, б)$$

Під час складання рівнянь за другим законом Кірхгофа необхідно правильно визначити знаки спадів напруг та ЕРС. Відзначимо, що напрями обходу контура вибираються довільно. При користуванні формою (1.24a) запису рівнянь за другим законом Кірхгофа перед спадом напруги u_k ставиться знак плюс, якщо напрям обходу контура співпадає з вибраним додатним напрямом струму в даному елементі, і – мінус, якщо ці напрями протилежні. При використанні форми (1.24б) запису рівнянь за другим законом Кірхгофа доцільно попередньо на кожному елементі позначити стрілкою додатні напрями спадів напруг, які рекомендується вибирати протилежними до вибраного додатного спрямування струму, як показано на рис. 1.6.

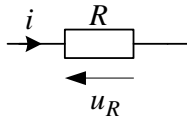


Рис. 1.6.

В той же час відзначимо, що в деяких підручниках використовується і інше додатне спрямування спаду напруги, яке співпадає з умовним додатним напрямом струму. Від цього система рівнянь, складених за законами Кірхгофа, не залежить. Різні підходи до вибору додатного спрямування спаду напруги на елементах зумовлює відмінний від описаного вище підхід до правил запису знаків у складених за другим

електротехнічних задач можна розв'язати, користуючись інтегральними величинами (напруга, електрорушійна сила (ЕРС), струм, магнітний потік, потужність, резистанс, ємність, індуктивність тощо). Застосування останніх значно спрощує розрахунки. Крім того, їх простіше визначити експериментально.

Аналіз електромагнітних процесів на основі теорії кіл дає змогу обмежитись законами Ома та Кірхгофа. Однак існують електротехнічні задачі, які не можуть бути розв'язані на основі теорії кіл, а вимагають застосування математичного апарату теорії електромагнітного поля.

Для характеристики електричного поля служить фізична величина, яку називають напруженістю електричного поля. Ця величина є векторною і за напрямом збігається з вектором \vec{F} механічної сили, яка діє на позитивно заряджений точковий заряд q . Величина напруженості \vec{E} електричного поля чисельно дорівнює границі, до якої прямує відношення сили, з якою електричне поле діє на нерухоме заряджене точкове тіло, до величини його заряду, коли останній прямує до нуля,

$$\vec{E} = \lim_{q \rightarrow 0} \frac{\vec{F}}{q}. \quad (1.1)$$

Визначивши напруженість поля в усіх точках певної області, можна провести силові лінії напруженості електричного поля, які проводяться так, щоб дотичні до них збігалися з вектором напруженості поля у кожній точці (рис. 1.1).

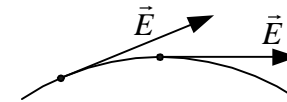


Рис. 1.1.

Навколо провідника зі струмом існує магнітне поле. Зв'язок між електричним струмом і напруженістю зумовленого ним магнітного поля визначається законом повного струму

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \sum i, \quad (1.2)$$

згідно з яким лінійний інтеграл вектора \vec{H} напруженості магнітного поля уздовж замкненого контура дорівнює повному струмові, який охоплюється цим контуром. Рівняння (1.2) називають першим рівнянням Максвелла в інтегральній формі.

Друге рівняння Максвелла є узагальненням закону електромагнітної

індукції. Воно визначає зв'язок між ЕРС, яка виникає в контурі при зміні магнітного потоку, який охоплений цим контуром, і швидкістю зміни цього потоку

$$\oint \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (1.3)$$

Суть явища електромагнітної індукції полягає в тому, що при всякій зміні в часі магнітного поля виникає у тому ж просторі пов'язане з ним електричне поле.

Як і в електростатичному полі, у стаціонарному магнітному полі можна провести безліч ліній, розташованих так, щоб у кожній точці цих ліній дотичні збігалися з векторами напруженості магнітного поля. Густина цих ліній називають індукцією \vec{B} . Одиниця вимірювання індукції – тесла (скорочено – Тл). На відміну від силових ліній електричного поля, які починаються на додатному заряді і закінчуються на від'ємному, силові лінії магнітного поля неперервні, тобто не мають ні початку, ні кінця. Тому, якщо взяти замкнену поверхню, то магнітний потік, який входить в цю поверхню, дорівнює магнітному потоку, який виходить з неї. Математично закон неперервності ліній магнітної індукції можна записати у вигляді

$$\oint \vec{B} d\vec{s} = 0, \quad (1.4)$$

де \vec{B} – вектор магнітної індукції, а $d\vec{s}$ – вектор, нормальний до поверхні ds .

Як підкреслювалось вище, математичний опис процесу пересилання та перетворення енергії в електротехнічних пристроях на основі рівнянь електромагнітного поля є досить складним, оскільки вимагає розгляду процесів у просторі та часі. В той же час теорія електричних та магнітних кіл отримала широкий розвиток завдяки тому, що вона дає змогу значно спростити розрахунки електромагнітних процесів без суттєвого зниження точності розрахунків. Однак теорія кіл базується на спрощеннях і припущеннях, оцінити які можна лише на основі теоретичних знань фізичних явищ, які в повній мірі можуть бути описані за допомогою рівнянь електромагнітного поля.

Основні положення. Дослідження електромагнітних явищ, які мають місце в електротехнічних пристроях, можна здійснити на основі теорії поля або теорії кіл. Методи теорії електромагнітного поля дають змогу розглядати процеси у просторі та часі з використанням диференціальних величин.

Теорія електричних і магнітних кіл розглядає процеси тільки в часі,

постійного струму ($i=const$) напруга на котушці $u_L=0$, а в конденсаторі струм $i=0$.

Основні положення. Електричне коло складається з елементів, які поділяються на активні і пасивні. Активні елементи – це джерела електричної енергії. Пасивними елементами є резистори, котушки індуктивності та конденсатори. Резистор характеризується одним параметром – активним опором R , котушка індуктивності – активним опором R і індуктивністю L , конденсатор – ємністю C і провідністю G .

1.6. Закони Кірхгофа

Співвідношення між струмами, напругами та ЕРС у складному електричному колі визначаються двома законами Кірхгофа, які дають змогу здійснити розрахунок і аналіз електричного кола будь-якої складності. Закони Кірхгофа універсальні: за їх допомогою можна здійснювати розрахунок як електричних кіл постійного, так і змінного струмів, причому закон зміни останнього може бути будь-яким.

Перший закон Кірхгофа витікає з принципу неперервності електричного струму і відображає той факт, що всі заряди, які притікають до вузла складного електричного кола, витікають з нього. Тому згідно з першим законом Кірхгофа алгебрична сума струмів віток, які сходяться у вузлі, дорівнює нулю. Іншими словами, сума струмів, спрямованих до вузла, дорівнює сумі струмів, спрямованих від вузла. Математичний запис першого закону Кірхгофа має вигляд

$$\sum_k i_k = 0, \quad (1.22)$$

де i_k – струм k – тої вітки, у тому числі і струм ДС. Згідно з виразом (1.9), який відображає закон неперервності ліній електричного струму, спрямовані до вузла струми, вважаються від'ємними, а від вузла – додатними. Однак, як відомо, знаки у рівнянні можуть бути змінені на протилежні. Наприклад, для зображеного на рис. 1.5 вузла перший закон Кірхгофа має вигляд

$$-i_1 + i_2 + i_3 - J = 0. \quad (1.23)$$

Оскільки під час розрахунку складних електричних кіл дійсні напрями струмів у вітках здебільшого не відомі, то для складання рівнянь Кірхгофа необхідно задатись умовно-додатними напрямками струмів у вітках, позначивши їх на схемі стрілками. Якщо в результаті розрахунку отримаємо для деякого струму від'ємне значення, це означає, що дійсний напрям струму протилежний до показаного на схемі стрілкою.

В резисторі електромагнітна енергія перетворюється в теплову. Зв'язок між напругою u_R та струмом i резистора визначається законом Ома

$$u_R = Ri, \quad (1.16)$$

де опір R резистора може бути визначений експериментальним шляхом або обчислений аналітично.

Котушка індуктивності характеризується двома параметрами: резистивним (активним) опором R та індуктивністю L . Відповідно її заступна схема складається з двох послідовно з'єднаних елементів (рис. 1.4), тому напругу на реальній котушці індуктивності можна розглядати як суму u_R та u_L , першу з яких ми вже розглянули.

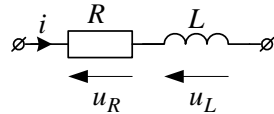


Рис. 1.4.

Згідно з законом електромагнітної індукції під час протікання по котушці струму i в ній індукується ЕРС самоіндукції

$$e_L = -\frac{d\psi}{dt}, \quad (1.17)$$

де ψ – потокозчеплення котушки.

Вебер-амперна характеристика котушки індуктивності без сталевго осердя має вигляд

$$\psi = \psi(i) = Li. \quad (1.18)$$

Враховуючи (1.18), а також, що $u_L = -e$, рівняння ідеальної ($R=0$) індуктивної котушки матиме вигляд

$$u_L = L \frac{di}{dt}. \quad (1.19)$$

При змінній в часі напрузі на обкладинках конденсатора в ньому наявний струм зміщення. Рівняння ідеального конденсатора ємністю C запишемо, виходячи з формули (1.5),

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Cu_C)}{dt} = C \frac{du_C}{dt}. \quad (1.20)$$

Звідси отримаємо рівняння ідеального конденсатора

$$u_C = \frac{1}{C} \int idt. \quad (1.21)$$

Отже, як видно з формул (1.19), (1.20), в електричному колі

причому не в реальних об'єктах, а в їх заступних схемах, які є ідеалізованими моделями. Застосування теорії кіл дає змогу значно спростити аналіз процесів у електротехнічних пристроях і в той же час забезпечує достатню для практики точність розрахунків.

1.2. Електричний струм. Напруга. Електрорушійна сила. Потужність

Електричним струмом називається спрямований рух носіїв електричних зарядів. До поняття електричного струму згідно з теорією Максвелла входить також явище, зв'язане зі зміною в часі електричного поля, так званий, струм зміщення. У зв'язку зі сказаним розрізняють струми провідності, перенесення та зміщення.

Струм провідності – це впорядкований рух заряджених частинок у провідному середовищі під дією електричного поля. Цими частинками у металах є вільні електрони, а в електролітах – іони. Струм перенесення – це явище перенесення електричних зарядів зарядженими частинками або тілами, що рухаються у вільному просторі. Прикладом може бути рух у вакуумі елементарних частинок, які мають заряд, або у газах. Струм зміщення має місце у діелектриках при змінному електричному полі.

Для кількісної характеристики електричного струму вводять поняття *сили струму*, якою називають фізичну величину, що дорівнює кількості електричних зарядів, які протікають через поперечний переріз провідника за одиницю часу. Одиницею сили струму служить ампер (скорочено – А). Струм в один ампер – це такий струм, коли за одну секунду через поперечний переріз провідника протікає електричний заряд величиною один кулон.

Обмежуючись явищем спрямованого руху заряджених частинок, можна визначити силу електричного струму як границю, до якої прямує відношення кількості електричних зарядів Δq , які переносяться зарядженими частинками через поверхню s за час Δt , коли останній прямує до нуля, тобто

$$i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}. \quad (1.5)$$

Умовою тривалого існування електричного струму є наявність електричного поля, яке б діяло на заряджені елементарні частинки. Іншими словами, необхідно мати джерело електричної енергії, яке б створювало різницю потенціалів. Другою умовою є наявність замкненого контура, тобто шляху, по якому переміщувались би електричні заряди.

При вмиканні електричного кола струм поширюється по провіднику

зі швидкістю поширення електромагнітної хвилі у відповідному середовищі. Але це не означає, що рух носіїв заряду в провіднику відбувається з такою швидкістю. Рух електронів у провіднику відбувається зі швидкістю кількох міліметрів за секунду. Тому необхідно розрізняти швидкості руху носіїв заряду і поширення струму. Остання – це по суті швидкість поширення електричного поля.

Електричний струм характеризується напрямом, яким умовились вважати напрям руху позитивних зарядів. Тому напрям струму в металах протилежний до напрямку руху електронів. Сила струму – це величина інтегральна, а значить є скалярною. Однак в різних точках поперечного перерізу провідника інтенсивність руху зарядів може бути різною. У зв'язку з цим вводять поняття густини струму, яку визначають як границю, до якої прямує відношення елементарного струму Δi крізь елемент поверхні Δs , перпендикулярний до напрямку руху заряджених частинок, до величини площі цього елемента, коли остання прямує до нуля, тобто

$$\delta = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta i}{\Delta s} = \frac{di}{ds}. \quad (1.6)$$

Густина струму є величиною векторною. Напрямок вектора $\vec{\delta}$ збігається з напрямком руху позитивних зарядів. Густина струму чисельно дорівнює зарядові, що проходить за одиницю часу через одиницю поверхні, перпендикулярної до лінії струму.

Знаючи густину струму, можна визначити силу струму i через поверхню ds за формулою

$$i = \int_s \vec{\delta} ds. \quad (1.7)$$

Електричний струм у провідному середовищі є результатом дії електричного поля, а густина струму $\vec{\delta}$ пропорційна до його напруженості \vec{E} . В ізотропному середовищі вектори $\vec{\delta}$ і \vec{E} збігаються за напрямом, а лінії струму збігаються з лініями напруженості електричного поля, тому

$$\vec{\delta} = \gamma \vec{E}, \quad (1.8)$$

де γ – питома електрична провідність середовища.

Лінії електричного струму неперервні, тобто вони не мають ні початку, ні кінця. Математично принцип неперервності електричного струму можна записати у вигляді

$$i = \oint \vec{\delta} ds = 0, \quad (1.9)$$

де інтеграл, взятий по замкненій поверхні s .

Іншими словами, сумарний електричний струм через замкнену

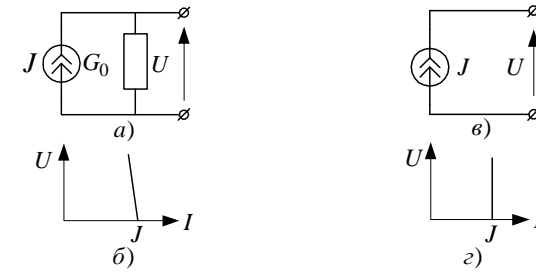


Рис. 1.3.

Реальне джерело ЕРС може бути замінено реальним ДС і навпаки. Так, розділивши рівняння (1.14) на R_0 , отримаємо

$$\frac{E}{R_0} = \frac{U}{R_0} + I = G_0 U + I \quad (1.15a)$$

або

$$J = \frac{E}{R_0} = G_0 U + I. \quad (1.15b)$$

Рівнянню (1.15б) відповідає заступна схема реального джерела струму, зображена на рис. 1.3а, а його вольтамперна характеристика на рис. 1.3б. Заступна схема ідеального ДС показана на рис. 1.3в, а його вольтамперна характеристика – на рис. 1.3г.

Формули (1.15) дають змогу замінити реальне джерело ЕРС реальним ДС і навпаки. Прикладом джерела струму може бути електронний підсилювач, внутрішній опір якого значно більший від опору навантаження, вимірjuвальний трансформатор струму тощо.

Основні положення. Джерело електричної енергії на заступній схемі може бути представлене джерелом ЕРС або джерелом струму (ДС). Джерело ЕРС (струму) характеризується величиною ЕРС (струму) і внутрішнім опором (провідністю). Джерело ЕРС можна замінити джерелом струму і навпаки.

1.5. Пасивні елементи електричних кіл та їх рівняння

Розглянемо параметри елементів електричних кіл при довільному законі зміни струму в часі. Пасивними елементами електричного кола є резистори, котушки індуктивності та конденсатори.

Вузол – це точка, в якій з'єднані не менше трьох віток. Будь-який замкнений шлях, утворений вітками електричного кола, називається контуром.

Частина електричного кола з двома виділеними затискачами (полюсами) називається двополюсником. Окремі елементи електричного кола можна розглядати як елементарні двополюсники.

1.4. Джерела електричної енергії

Джерело електричної енергії на заступній схемі може бути представлено як джерело ЕРС або як джерело струму (ДС).

Джерелами ЕРС, як правило, представляють на заступній схемі джерела електричної енергії, які мають малі внутрішні опори в порівнянні з опорами навантаження. У цьому випадку заступна схема джерела складається з ідеального джерела ЕРС і послідовно з'єданого резистора, який має опір, рівний внутрішньому опорів джерела. У тих випадках, коли внутрішнім опором джерела енергії можна знехтувати, його представляють у вигляді ідеального джерела ЕРС. Заступні схеми та вольт-амперні характеристики реального (а, б) і ідеального (в, г) джерела ЕРС представлені на рис. 1.2.

Напруга на затискачах реального джерела відрізняється від його ЕРС на величину спаду напруги всередині джерела.

$$U = E - R_0 I, \quad (1.14)$$

де R_0 – внутрішній опір джерела. Для ідеального ($R_0=0$) джерела $U=E$.

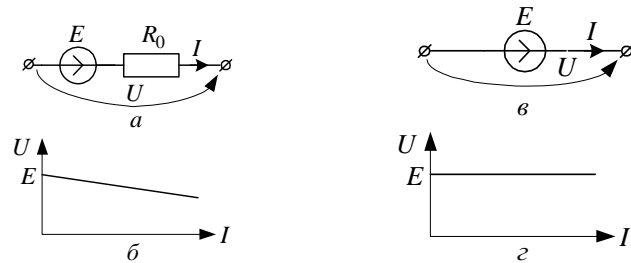


Рис. 1.2.

Джерелами струму представляють на заступній схемі такі джерела електричної енергії, які мають великий в порівнянні з опором навантаження внутрішній опір, а їх струм практично не залежить від величини опору навантаження. Реальне джерело струму представляється заступною схемою, до якої входить ідеальне ДС з паралельно увімкненим резистивним елементом (рис. 1.3а). Ідеальне ДС має внутрішній опір $R_0=\infty$.

поверхню дорівнює нулю. При цьому струм, який виходить з поверхні вважається додатним, а той що входить – від'ємним.

В усталеному режимі струм може бути постійним або змінним. **Постійним** називають такий струм, напрям і величина якого не змінюється з часом. В свою чергу струм, напрям і величина якого змінюються з часом, називається **змінним**. Найбільш поширеними у промисловості є струми, які змінюються за синусоїдним законом.

Сили електричного поля, переміщуючи заряд q уздовж деякого шляху l_{ab} від точки a до точки b , виконують роботу, яку можна визначити за формулою

$$A = qu_{ab}, \quad (1.10)$$

де u_{ab} – напруга між точками a та b . Отже, електрична напруга – це скалярна величина, яка характеризує електричне поле уздовж заданого шляху. Вона дорівнює лінійному інтегралові від напруженості електричного поля уздовж цього шляху, тобто

$$u_{ab} = \int_a^b \vec{E} d\vec{l}. \quad (1.11)$$

Напруга між двома точками у стаціонарному електричному полі не залежить від шляху, по якому відбувалось переміщення заряду з однієї точки в іншу, і чисельно дорівнює різниці потенціалів між цими точками

$$u_{ab} = \varphi_a - \varphi_b. \quad (1.12)$$

Якщо лінійний інтеграл від напруженості електричного поля уздовж замкненого контура не дорівнює нулю, то говорять, що в контурі діє ЕРС. Отже

$$e = \oint \vec{E} d\vec{l}. \quad (1.13)$$

ЕРС є сторонньою силою, що зумовлює рух зарядів. Джерелом ЕРС може бути, гальванічний елемент, акумуляторна батарея, електричний генератор, термоелемент тощо. ЕРС та напруга вимірюються у вольтах (скорочено – В). ЕРС чисельно дорівнює роботі сторонніх (неелектричних) сил, яку необхідно витратити на переміщення одиничного позитивного заряду всередині джерела від затискача з меншим потенціалом до затискача з більшим потенціалом. Прикладом сторонніх сил може бути хімічна реакція в гальванічному елементі. ЕРС джерела дорівнює різниці потенціалів на його затискачах за умови відсутності електричного струму (розімкненості зовнішнього кола).

Основні положення. Явище спрямованого переміщення електричних зарядів під дією електричного поля називається електричним струмом. До поняття електричного струму входять також явища,

пов'язані зі зміною електричного поля в часі – струм зміщення, якій має місце в діелектриках. Умовами протікання електричного струму є наявність замкненого контура і джерела електричної енергії.

Напруга між двома точками – це скалярна величина, яка дорівнює лінійному інтегралові від напруженості електричного поля уздовж вибраного шляху інтегрування від однієї точки до другої. У потенціальному електричному полі вона не залежить від шляху інтегрування і чисельно дорівнює різниці потенціалів між цими точками.

ЕРС – це скалярна величина, яка чисельно дорівнює різниці потенціалів між позитивним і негативним затискачами (полосами) джерела за відсутності у ньому електричного струму. ЕРС можна визначити як роботу сторонніх (неелектричних) сил, яку необхідно затратити на переміщення одиничного позитивного заряду всередині джерела від затискача з нижчим потенціалом до затискача з вищим потенціалом.

1.3. Електричне коло та його елементи. Заступна схема

Електричне коло – це сукупність електротехнічних пристроїв, з'єднаних між собою провідниками. Окремі пристрої, що входять до електричного кола, називають його елементами. Основними елементами електричного кола є джерела енергії та приймачі.

З метою аналізу процесів, які мають місце в електричному колі, його замінюють заступною схемою, яка служить розрахунковою моделлю реального електричного кола. Під час складання заступної схеми вдаються до деякої ідеалізації. Це пов'язано з тим, що явища, які мають місце в реальних електричних колах, достатньо складні, однак для багатьох практично важливих задач враховувати їх усіх немає необхідності. Тому враховують основні чинники і нехтують другорядними, які не мають суттєвого впливу на протікання процесів. Таким чином, **заступна схема** – це умовне графічне зображення електричного кола за допомогою ідеальних елементів, параметри яких відповідають параметрам заміщуваних реальних елементів.

Електричне коло складається з віток. **Вітка** – це ділянка електричного кола, в якій елементи з'єднані послідовно (протікає один і той же струм). Вітка своїми кінцями (полосами) під'єднується до двох вузлів. **Вузол** – це точка електричного кола, в якій з'єднані не менше трьох віток. На заступній схемі електричного кола під час розрахунку вказують додатні напрями ЕРС, струмів та напруг. ЕРС на схемі позначається кружечком зі стрілкою, спрямованою до вищого потенціалу. У загальному

випадку в складних електричних колах додатні напрями струмів вибираються умовно (довільно). І якщо в результаті розрахунку отримаємо від'ємне значення струму, це означає, що дійсний його напрям є зворотний до вибраного.

Елементи електричного кола поділяються на **лінійні** та **нелінійні**. Відзначимо, що на практиці параметри (R , L , C) електричного кола, як правило, залежать від струму або напруги. Однак, якщо зміни параметрів елементів несуттєві, то їх можна вважати постійними. Таким чином, лінійні елементи мають лінійні характеристики (вольт-амперні, кулон-вольтні, вебер-амперні). Якщо характеристика елемента нелінійна, він називається **нелінійним**. У свою чергу електричне коло, яке складається виключно з лінійних елементів називається **лінійним**. Якщо до електричного кола входить хоча б один нелінійний елемент, то воно нелінійне. Методи розрахунку лінійних і нелінійних електричних кіл відрізняються.

Частина електричного кола довільної конфігурації з двома виділеними затискачами, які називають **полосами**, називається **двополюсником**. Кожна вітка має два затискачі (полюси) і її можна розглядати як двополюсник. Найпростіший двополюсник складається з одного елемента. Однак існують і багатополюсні елементи (наприклад, транзистор, трансформатор тощо), які мають три і більше полюсів. Двополюсники, до яких входять джерела електричної енергії, називаються **активними**, а ті, до яких вони не входять, називаються **пасивними**.

Електричні кола поділяються на прості, в яких двополюсники з'єднані лише послідовно або лише паралельно, і складні, які є розгалуженими. Отже електричне коло можна скласти з двополюсників (двополюсників) та багатополюсників (багатополюсників) елементів.

Із принципу неперервності електричного струму витікають наступні наслідки:

а) значення струму в будь-якому перерізі провідника нерозгалуженого електричного кола однаково, тобто вітка характеризується одним струмом;

б) алгебрична сума струмів полюсів будь-якого багатополюсника дорівнює нулю.

Основні положення. *Заступна схема (схема заміщення) електричного кола – це розрахункова модель реального електричного кола, в якій реальні елементи замінені ідеальними. Електричне коло складається з віток.*

Вітка – це частина електричного кола, в якій елементи з'єднані послідовно. В кожному елементі вітки протікає один і той же струм. Вітка своїми кінцями під'єднується до вузлів.

визначення характеру індуктивного зв'язку користуються умовними позначеннями: одноімennі полюси (початки або кінці) котушок позначають крапками або зірочками.

Якщо струми в котушках спрямовані однаково стосовно одноімennих затискачів, то вони увімкнені узгоджено. У цьому випадку власне і взаємне потокозчеплення кожної котушки додаються. Наприклад, для двох індуктивно зв'язаних котушок

$$\psi_1 = \psi_{11} + \psi_{12}; \quad \psi_2 = \psi_{22} + \psi_{21}, \quad (3.58)$$

де ψ_{11} , ψ_{22} – потокозчеплення, зумовлені власними струмами i_1 та i_2 відповідно; ψ_{12} – потокозчеплення взаємоіндукції першої котушки, зумовлене струмом i_2 другої котушки; ψ_{21} – потокозчеплення взаємоіндукції другої котушки, зумовлене струмом i_1 першої котушки.

Якщо струми котушок спрямовані по-різному стосовно одноімennих затискачів, то вони увімкнені зустрічно, і тоді їх потокозчеплення визначаються за формулами

$$\psi_1 = \psi_{11} - \psi_{12}; \quad \psi_2 = \psi_{22} - \psi_{21}. \quad (3.59)$$

Зауважимо, що індуктивно зв'язаними можуть бути не тільки дві, але й декілька котушок. Відповідно потокозчеплення взаємоіндукції котушки буде складатись з кількох складових, знаки яких необхідно брати в залежності від їх увімкнення в електричне коло: зустрічне чи узгоджене. Для цього на схемі повинні бути позначені їх одноімennі затискачі та умовно додатні напрями струмів.

Відношення потокозчеплення ψ_{12} взаємоіндукції першої котушки до струму i_2 другої котушки називається взаємною індуктивністю (одиниця вимірювання – генрі (Гн)). Тобто

$$M_{12} = \psi_{12}/i_2. \quad (3.60a)$$

Аналогічно для другої котушки

$$M_{21} = \psi_{21}/i_1, \quad (3.60b)$$

причому $M_{12} = M_{21} = M$.

Взаємна індуктивність M в лінійних електричних колах не залежить від напрямів та значень струмів, а визначається тільки конструкціями котушок та їх взаємним розташуванням.

Поділу потокозчеплення котушки на потокозчеплення самоіндукції і взаємоіндукції відповідає поділ ЕРС, яка наводиться в ній, на ЕРС само- і взаємоіндукції

$$e_1 = -\frac{d\psi_1}{dt} = -\frac{d(\psi_{11} \pm \psi_{12})}{dt} = -L_1 \frac{di_1}{dt} \mp M_{12} \frac{di_2}{dt}. \quad (3.61a)$$

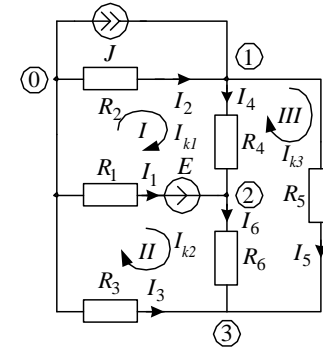


Рис. 2.2.

Рівняння Кірхгофа. Представлене на рис. 2.2 електричне коло має $p=7$ сім віток, в одній з яких струм відомий (струм J джерела струму), і $q=4$ чотири вузли. Необхідно знайти шість невідомих струмів. Отже за першим законом Кірхгофа необхідно скласти $n_1=q-1=3$ рівняння, а за другим $n_2=p-q+1-n_1=3$, де n_j – кількість віток з ДС.

Задавшись додатними напрямками струмів та вибравши незалежні контури (I, II, III) і напрям їх обходу, як показано на рисунку, запишемо рівняння Кірхгофа

$$\text{вузол 1: } J + I_2 - I_4 - I_5 = 0;$$

$$\text{вузол 2: } I_4 + I_1 - I_6 = 0;$$

$$\text{вузол 3: } I_6 + I_3 + I_5 = 0;$$

$$\text{контур I: } R_2 I_2 + R_4 I_4 - R_1 I_1 = -E;$$

$$\text{контур II: } R_1 I_1 + R_6 I_6 - R_3 I_3 = E;$$

$$\text{контур III: } -R_4 I_4 + R_5 I_5 - R_6 I_6 = 0.$$

Метод контурних струмів. Для вибраних, як показано на рис. 2.2, трьох незалежних контурів запишемо рівняння, позначивши контурні струми I_{k1} , I_{k2} , I_{k3} , і спрямувавши їх за годинниковою стрілкою. Крім того, вважаємо, що відомий струм J джерела струму замикається через резистор R_2 .

$$\text{Контур I: } (R_1 + R_2 + R_4) I_{k1} - R_1 I_{k2} - R_4 I_{k3} = R_2 J - E;$$

$$\text{контур II: } (R_1 + R_3 + R_6) I_{k2} - R_1 I_{k1} - R_6 I_{k3} = E;$$

$$\text{контур III: } (R_4 + R_5 + R_6) I_{k3} - R_6 I_{k2} - R_4 I_{k1} = 0.$$

Струми у вітках обчислюємо на підставі контурних струмів за

формулами

$$\begin{aligned} I_1 &= I_{k2} - I_{k1}; & I_2 &= I_{k1} - J; \\ I_3 &= -I_{k2}; & I_4 &= I_{k1} - I_{k3}; \\ I_5 &= I_{k5}; & I_6 &= I_{k2} - I_{k3}. \end{aligned}$$

Метод вузлових напруг. Прийемо потенціал вузла 0 рівним нулю, тоді невідомими будуть вузлові напруги U_{10} , U_{20} , U_{30} . Складемо систему рівнянь

$$\text{вузол 1: } U_{10} \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) - U_{20} \frac{1}{R_4} - U_{30} \frac{1}{R_5} = J;$$

$$\text{вузол 2: } U_{20} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_6} \right) - U_{10} \frac{1}{R_4} - U_{30} \frac{1}{R_6} = E \frac{1}{R_1};$$

$$\text{вузол 3: } U_{30} \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} \right) - U_{10} \frac{1}{R_5} - U_{20} \frac{1}{R_6} = 0.$$

Струми у вітках схеми визначаються за формулами

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{E - U_{20}}{R_1}; & I_2 &= -\frac{U_{10}}{R_2}; & I_3 &= -\frac{U_{30}}{R_3}; \\ I_4 &= \frac{U_{10} - U_{20}}{R_4}; & I_5 &= \frac{-U_{30} + U_{10}}{R_5}; & I_6 &= \frac{U_{20} - U_{30}}{R_6}. \end{aligned}$$

2.4. Метод еквівалентного генератора

Під час розрахунку електричних кіл може виникнути необхідність визначити струми не всіх віток, а лише однієї, або дослідити електричне коло при зміні параметрів однієї вітки. На вирішення цієї задачі спрямований метод *еквівалентного генератора*, згідно з яким все електричне коло, за виключенням вітки, в якій необхідно визначити величину струму, замінюється еквівалентним генератором з ЕРС, рівною E_r , і внутрішнім опором R_r .

Для визначення E_r необхідно будь-яким методом розрахувати електричне коло за умови, що вітка, у якій необхідно знайти струм, розімкнена, і знайти напругу між вузлами, до яких під'єднана ця вітка. Це і буде ЕРС E_r . Внутрішній опір еквівалентного генератора R_r визначається шляхом еквівалентних перетворень електричного кола стосовно вузлів, до яких під'єднана вітка з шуканим струмом, за умови, що всі джерела ЕРС закорочені, а всі ДС розімкнені. Іншими словами, необхідно знайти

струму перетворюється в енергію електричного поля конденсатора, а в наступну чверть періоду повертається назад від конденсатора до котушки. Обміну енергією між електричним колом і джерелом не відбувається.

Основні положення. Явище резонансу може мати місце лише в електричних колах з індуктивними і ємнісними елементами.

При резонансі напруга і струм на вході пасивного двополюсника збігаються за фазою. Це означає, що реактивна складова комплексного вхідного опору (провідності) дорівнює нулю.

Розрізняють резонанс напруг і резонанс струмів. Явище резонансу при послідовному з'єднанні індуктивного і ємнісного елементів називається резонансом напруг, а при паралельному – резонансом струмів. У лінійному електричному колі резонансу можна досягнути зміною частоти або параметрів реактивних елементів.

В умовах резонансу напруг реактивні опори котушки і конденсатора рівні між собою, тому загальний опір послідовного контура мінімальний, і струм має максимальне значення. В умовах резонансу струмів реактивні провідності паралельних віток рівні між собою, тому їх повна провідність мінімальна, і вхідний струм має мінімальне значення.

Кутова частота ω , при якій має місце резонанс, називається резонансною. Вона визначається параметрами електричного кола. Залежності напруг та струмів від частоти називають частотними характеристиками.

В умовах резонансу напруга (струм) на окремих елементах можуть значно перевищувати напругу (струм) на вході схеми. Величина, що показує у скільки разів напруга на індуктивному (ємнісному) елементі перевищує напругу на вході кола, називається добротністю.

3.9. Електричні кола зі взаємодуковними зв'язками

Котушки індуктивності, які знаходяться в одному або в різних електричних колах, можуть бути розташовані так, що магнітні силові лінії поля, створювані струмом однієї котушки, зчеплені з витками іншої котушки. У цьому випадку кажуть, що ці котушки індуктивно зв'язані, тобто між ними існує магнітний зв'язок, а потокозчеплення кожної котушки має дві складові, одна з яких зумовлена струмом цієї ж котушки, а друга – струмами інших котушок. Якщо дві котушки мають взаємодуковний зв'язок, то струм другої (першої) котушки може створювати магнітний потік, який підсилює магнітне поле першої (другої) котушки або послаблює його. У першому випадку увімкнення котушок називається узгодженим, а в другому – зустрічним. На схемах для

вітки $\underline{Y}_1 = G_1 + jB_1$, а другої – $\underline{Y}_2 = G_2 - jB_2$, то загальна провідність $\underline{Y} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 = G_1 + G_2 + j(B_1 - B_2)$. Отже умовою резонансу є рівність $B_1 = B_2$ або в розгорнутій формі

$$\frac{X_C}{R_2^2 + X_C^2} = \frac{X_L}{R_1^2 + X_L^2}. \quad (3.56)$$

Враховуючи, що $X_L = \omega L$, $X_C = 1/(\omega C)$, в рівняння (3.56) входять п'ять величин: R_1 , R_2 , L , C , ω . Звідси випливає, що теоретично резонансу можна досягнути зміною будь-якої з них. Однак перелічені змінні визначаються шляхом розв'язування рівняння другого порядку, і корені можуть бути уявними або мати уявну частину, що свідчить про неможливість досягнути резонансу зміною цієї величини. Крім того, L та C можуть мати по два різних дійсних значення, які задовольняють рівнянню (3.56). У таких випадках зміною кожної з них можна досягнути двох резонансних режимів.

Резонансна частота з рівняння (3.56) визначається за формулою

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{\frac{L}{C} - R_1^2}{\frac{L}{C} - R_2^2}}. \quad (3.57)$$

Приклад векторної діаграми для зображеного на рис. 3.21 електричного кола за умови резонансу наведений на рис. 3.22а, а частотної характеристики струму – на рис. 3.22б.

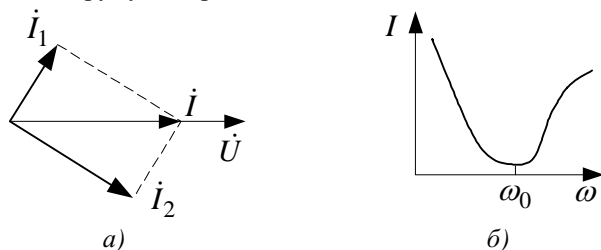


Рис. 3.22.

Розглянемо частковий випадок: $R_1 = R_2 = 0$. За такої умови, як видно з (3.57), резонансна частота ω_0 визначається за тією ж формулою (3.45в), що і в послідовному контурі. У паралельному контурі без втрат ($R_1 = R_2 = 0$) струми i_1 та i_2 знаходяться у протифазі, струм i на вході кола дорівнює нулю. Енергія магнітного поля котушки протягом чверті періоду зміни

вхідний опір схеми, стосовно вузлів, до яких під'єднана вітка, в якій необхідно визначити струм. Обчисливши E_r та R_r , під'єднуємо цю вітку до затискачів еквівалентного генератора і розраховуємо просте електричне коло.

Приклад 2.5. Для зображеної на рис. 2.1 схеми знайти струм I_1 методом еквівалентного генератора. Перетворена до еквівалентного генератора схема зображена на рис. 2.3, в якій E_r і R_r – ЕРС і внутрішній опір еквівалентного генератора, яким замінена вся схема, стосовно вітки зі струмом I_1 (затискачів a , b).

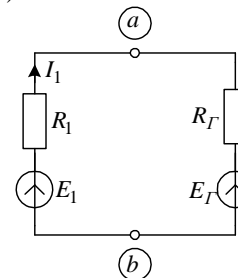


Рис. 2.3.

Як видно зі схеми рис. 2.3, невідомий струм I_1 визначається за формулою

$$I_1 = \frac{E_1 - E_r}{R_1 + R_r}.$$

Основні положення. Метод еквівалентного генератора застосовується для визначення струму в одній вітці. При цьому вся схема, крім цієї вітки, замінюється еквівалентним генератором, ЕРС якого визначається як напруга між вузлами, до яких приєднана вітка, за умови що вона розімкнена, а внутрішній опір дорівнює еквівалентному опорові по відношенню до даної вітки.

2.5. Розрахунок лінійних електричних кіл методом накладання (суперпозиції)

Принцип накладання впливає з лінійності причинно-наслідкових зв'язків у лінійних електричних колах. Отже його можна застосовувати для аналізу лише лінійних електричних кіл. Суть методу накладання полягає у тому, що струм будь-якої вітки електричного кола визначається сумою струмів, зумовлених дією кожного джерела окремо, тобто накладанням (суперпозицією). Принцип накладання дійсний для будь-яких

лінійних взаємозв'язків, однак він не дійсний для рівнянь балансу потужностей, оскільки тут причинно-наслідкові зв'язки квадратичні.

Підсумовуючи сказане, робимо висновок, що на підставі принципу суперпозиції розрахунок складного електричного кола з кількома джерелами енергії можна звести до розрахунку кількох електричних кіл з одним джерелом енергії, а ефективним методом розрахунку електричних кіл з одним джерелом енергії є метод еквівалентних перетворень. Звідси випливає, що метод накладання доцільно використовувати разом з методом еквівалентних перетворень.

Основні положення. Метод накладання застосовується лише для лінійних електричних кіл. Суть його полягає в тому, що струм (напруга) кожної вітки визначається як сума струмів (напруг), зумовлених дією кожного джерела електричної енергії окремо.

2.6. Еквівалентні перетворення (трансфігурація) схем електричних кіл

У багатьох випадках розрахунок і аналіз складних електричних кіл можна суттєво спростити шляхом перетворення (трансфігурації), суть якого полягає у зміні їх структури. Еквівалентним називається перетворення схеми електричного кола, при якому зміна структури перетворюваної частини схеми кола не впливає на зміну струмів та напруг в неперетвореній частині електричної схеми. Можна здійснювати перетворення не тільки пасивних ділянок електричного кола, але й з джерелами електричної енергії. Одним із прикладів є перетворення джерела ЕРС у ДС і навпаки. Однак найчастіше доцільним є перетворення пасивних елементів. Розглянемо їх.

Послідовно з'єднані пасивні елементарні двополюсники можуть бути замінені одним еквівалентним, опір якого дорівнює сумі опорів окремих двополюсників.

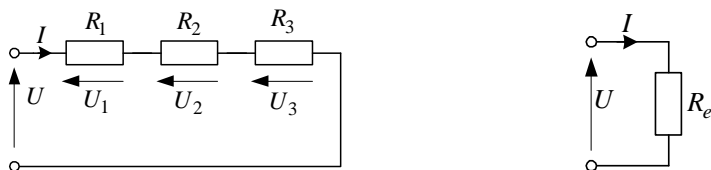


Рис. 2.4.

Наприклад, для зображеного на рис. 2.4 електричного кола
 $U = U_1 + U_2 + U_3 = R_1 I + R_2 I + R_3 I = (R_1 + R_2 + R_3) I = R_e I.$ (2.12)

$$\omega_L = \omega_0 \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{R^2 C}{2L}}}, \quad (3.53)$$

тобто $\omega_L < \omega_0$. Як видно з (3.52), (3.53), ці частоти співпадають лише за умови $R=0$.

У випадку резонансу напруги на котушці та конденсаторі можуть значно перевищувати напругу на вході кола. Це має місце за умови

$$R \ll \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}. \quad (3.54)$$

Величина $\rho = \sqrt{L/C}$ називається *характеристичним* або *хвильовим* опором контура.

Величина

$$q = \frac{U_C}{U} = \frac{U_L}{U} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{\rho}{R} \quad (3.55)$$

називається *добротністю* контура. Вона визначає кратність перевищення напруги на індуктивному (ємнісному) елементі над напругою на вході кола. Іншою величиною, яка характеризує резонансні властивості контура, є величина $d=1/q$, яку називають *згасанням*. Чим більша величина d , тим більше розходяться частоти ω_L та ω_C , а крива $I(\omega)$ має менше виражений максимум.

Резонанс струмів. Розглянемо паралельне з'єднання віток з конденсатором та котушкою індуктивності, причому для більшої загальності послідовно з конденсатором увімкнемо резистор (рис. 3.21).

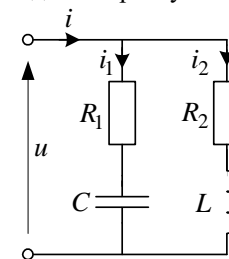


Рис. 3.21.

За визначенням в умовах резонансу на вході кола струм i повинен співпадати за фазою з напругою u . Для цього вхідна реактивна провідність кола повинна бути рівною нулю. Якщо позначити провідність першої

а повна потужність дорівнює активній потужності

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = P. \quad (3.50)$$

Відповідно коефіцієнт потужності ($\cos \varphi$) дорівнює одиниці

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{R}{Z} = 1. \quad (3.51)$$

Таким чином, під час резонансу реактивна енергія циркулює від індуктивного елемента до ємнісного і навпаки. Обміну енергією між джерелом і електричним колом не відбувається. Величина струму в провідниках, які з'єднують джерело з рештою частиною кола, визначається виключно активною потужністю.

Залежності X_L , X_C , діючих значень напруг U_L , U_C та струму I від частоти наведені на рис. 3.20.

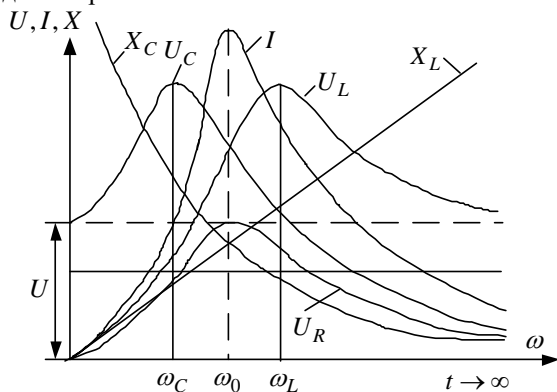


Рис. 3.20.

Як видно з рис. 3.20, при $\omega = \omega_0$ струм у колі досягає максимального значення, а напруги U_L та U_C рівні між собою. Однак максимальних значень ці напруги досягають при відмінних від резонансних частотах. Зокрема, напруга U_C максимальна при частоті

$$\omega_C = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{R^2}{(2L)^2}}, \quad (3.52)$$

тобто $\omega_C < \omega_0$, а напруга U_L максимальна при частоті

У випадку n послідовно з'єднаних елементів

$$R_e = \sum_{k=1}^n R_k. \quad (2.13)$$

Розглянемо паралельне з'єднання пасивних двополосників (рис. 2.5).

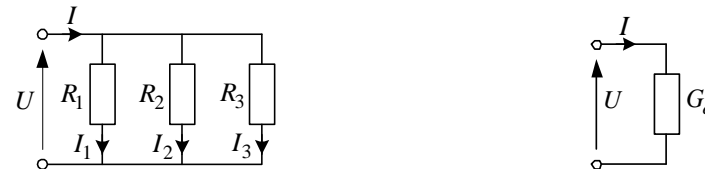


Рис. 2.5.

В цьому випадку всі двополосники знаходяться під однаковою напругою. Струм k -го двополосника визначається за законом Ома

$$I_k = G_k U, \quad (2.14)$$

а за першим законом Кірхгофа

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = G_1 U + G_2 U + G_3 U = (G_1 + G_2 + G_3) U = G_e U. \quad (2.15)$$

При паралельному з'єднанні n елементарних двополосників еквівалентна провідність знаходиться за формулою

$$G_e = \sum_{k=1}^n G_k. \quad (2.16)$$

В складних колах можуть мати місце з'єднання двополосників, які не можна віднести ні до послідовного, ні до паралельного. Це з'єднання зіркою та трикутником (рис. 2.6). Не вдаючись до теоретичного обґрунтування та дотримуючись наведених на рис. 2.6 позначень, наводимо формули, які дають змогу перетворити трипроменеву зірку в еквівалентний трикутник і навпаки.

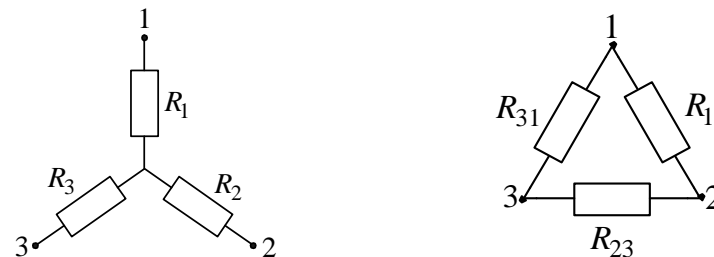


Рис. 2.6.

$$R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3}; \quad R_{21} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3}; \quad R_{31} = R_3 + R_1 + \frac{R_3 R_1}{R_2};$$

$$R_1 = \frac{R_{12} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}; \quad R_2 = \frac{R_{21} R_{32}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}; \quad R_3 = \frac{R_{31} R_{32}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}. \quad (2.17)$$

Основні положення. Суть еквівалентного перетворення електричної схеми полягає у зміні структури електричного кола з метою спрощення розрахунків. Під час еквівалентних перетворень струми у неперетвореній частині електричного кола не змінюються. До найбільш уживаних еквівалентних перетворень відносяться: заміна послідовного та паралельного з'єднань елементів одним, а також перетворення з'єднання зіркою на з'єднання трикутником і навпаки.

2.7. Енергетичні співвідношення в електричних колах постійного струму

Для повного аналізу електричного стану складного кола необхідно знати не тільки струми та напруги на його елементах, але й потужності джерел та споживачів енергії. Згідно з законом збереження енергії в електричному колі як у замкненій системі електрична енергія, яка генерується джерелами, дорівнює енергії, яка споживається приймачами. Звідси, як наслідок, витікає, що в будь-якому електричному колі має місце баланс потужностей. Рівняння балансу потужностей має вигляд

$$\sum P_{дж} = \sum P_{сп}. \quad (2.18)$$

Для складання рівняння балансу потужностей в електричному колі постійного струму необхідно вміти обчислювати потужності джерел енергії та споживачів. Спочатку розглянемо джерело ЕРС. Якщо напрям струму, який протікає через джерело, співпадає з напрямом ЕРС, то $P_{дж} = EI$ (рис. 2.7а), а якщо ці напрями протилежні (рис. 2.7б), то $P_{дж} = -EI$.



Рис. 2.7.

Потужність ДС визначається як добуток струму J джерела на напругу U_j на затискачах ДС, тобто $P_{дж} = JU_j$ (рис. 2.8).

повний опір електричного кола дорівнює його активному опоріві

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = R,$$

що має місце, якщо $X_L = X_C$. Отже умова резонансу

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}. \quad (3.44)$$

Як видно з (3.44), резонансу напруг можна досягнути зміною одного з трьох параметрів: L , C , ω кожен з яких може бути визначений відповідно за формулами

$$L = \frac{1}{\omega^2 C}; \quad C = \frac{1}{\omega^2 L}; \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (3.45a, б, в)$$

Частоту ω_0 , при якій настає резонанс, називають *резонансною*.

Струм при резонансі не залежить від величини опорів послідовно з'єднаних реактивних елементів, оскільки згідно зі законом Ома визначається за формулою

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{U}{R}. \quad (3.46)$$

При резонансі діюче значення напруги на ідеальній котушці дорівнює діючому значенню напруги на конденсаторі

$$U_L = IX_L = U_C = IX_C, \quad (3.47)$$

а напруга на резисторі дорівнює прикладеній до входу електричного кола напрузі

$$U_R = RI = U. \quad (3.48)$$

Векторна діаграма для електричного кола рис. 3.13 за умови наявності резонансу наведена на рис. 3.19.

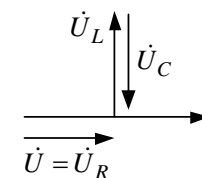


Рис. 3.19.

Реактивна потужність усього кола при резонансі дорівнює нулю

$$Q = Q_L - Q_C = I^2 X_L - I^2 X_C = 0, \quad (3.49)$$

Основні положення. Суть символічного (комплексного) методу розрахунку електричних кіл змінного струму полягає в переході від синусоїдних функцій часу до їх символічних (комплексних) відображень.

До рівнянь, складених за законами Кірхгофа для миттєвих значень, входять похідні та інтеграли. У випадку синусоїдних напруг та струмів перехід від синусоїдних функцій часу до їх символічних відображень дає змогу замінити інтегро-диференціальні рівняння алгебричними, але з комплексним коефіцієнтами. При цьому символ диференціювання замінюється множенням на $j\omega$, а інтегрування – діленням на $j\omega$. Розглянуті під час розрахунку електричних кіл постійного струму методи можуть бути застосовані і до кіл синусоїдного струму, якщо рівняння скласти у комплексній формі.

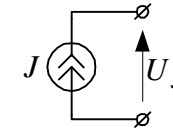


Рис. 2.8.

Очевидно, що як джерело ЕРС, так і ДС можуть не тільки генерувати електричну енергію, але й споживати її. Наприклад, під час заряджання акумуляторної батареї енергія споживається джерелом. Це означає, що $P_{\text{джер}}.$ може мати як додатне, так і від'ємне значення. В той же час потужність резистивного споживача завжди додатна і дорівнює $P_{\text{сп}}=I^2R.$

Основні положення. Для електричного кола постійного струму як замкненої системи виконується баланс потужностей, який є наслідком закону збереження енергії. Згідно з рівнянням балансу потужностей сума потужностей джерел електричної енергії дорівнює сумі потужностей споживачів. Потужність джерела може бути як додатною, так і від'ємною, а потужність споживача завжди додатна.

3.8. Резонансні явища в електричному колі змінного струму

Як відомо, в механічній системі має місце явище резонансу, коли частота збурюючої сили дорівнює частоті власних коливань системи. Під час резонансу механічної системи малі збурення можуть викликати великі коливання системи, наприклад, коливання маятника з великою амплітудою.

В колах змінного струму, до складу яких входять котушки індуктивності та конденсатори, можуть виникати резонансні явища, які за своєю суттю аналогічні до резонансу в механічній системі. Якщо в механічній системі відбувається перехід кінетичної енергії в потенціальну і навпаки, то в електричному контурі відбувається періодичний перехід енергії електричного поля конденсатора в енергію магнітного поля котушки і навпаки. Під час резонансу в електричному колі відносно мала напруга, прикладена до кола, може викликати значні напруги або струми на деяких ділянках кола. Це пов'язано з тим, що ємнісні та індуктивні опори (провідності) мають різні знаки і можуть взаємно компенсувати один одного. У результаті, незважаючи на наявність у колі реактивних елементів, вхідний реактивний опір (провідність) рівний нулю. Такий режим називається *резонансним*.

При послідовному з'єднанні індуктивного і ємнісного елементів може мати місце *резонанс напруг*, а при паралельному – *резонанс струмів*. Розглянемо їх.

Резонанс напруг. Резонанс напруг розглянемо на прикладі зображеного на рис. 3.13 електричного кола. Як було відзначено, в резонансному режимі, струм і напруга співпадають за фазою, тобто $\varphi=0,$ а

2.8. Контрольні запитання

1. Як скласти рівняння за законами Кірхгофа для електричного кола постійного струму?
2. В чому полягає суть розрахунку електричного кола за методом контурних струмів?
3. Як скласти систему рівнянь за методом контурних струмів?
4. В чому перевага методу контурних струмів в порівнянні з методом законів Кірхгофа?
5. В чому полягає суть методу розрахунку електричного кола за методом вузлових напруг?
6. Який вузол називають базовим в методі вузлових напруг?
7. Які напруги називають вузловими в методі вузлових напруг?
8. Як скласти систему рівнянь за методом вузлових напруг?
9. Як визначаються струми віток в методі вузлових напруг?
10. В чому перевага методу вузлових напруг в порівнянні з методом законів Кірхгофа?
11. В якому випадку доцільно використовувати для аналізу електричних кіл метод контурних струмів, а в якому метод вузлових напруг?
12. В чому полягає суть методу еквівалентного генератора?
13. Як визначаються ЕРС та внутрішній опір еквівалентного

генератора?

14. Для яких електричних кіл можна використовувати метод накладання (суперпозиції) і в чому полягає його суть?
15. В чому суть еквівалентних перетворень електричного кола?
16. Як визначається потужність джерела ЕРС, джерела струму, резистивного елемента?
17. Як скласти рівняння балансу потужностей для електричного кола постійного струму?

яке розпадається на два рівняння: для дійсних (активних потужностей) і уявних (реактивних потужностей) частин. Отже, в електричному колі існує баланс активних потужностей і баланс реактивних потужностей.

Основні положення. Миттєва потужність синусоїдного струму є функцією часу, яка має дві складові: постійну і гармонічну подвійної частоти.

Активна потужність дорівнює середньому за період значенню миттєвої потужності. Вона визначається діючими значеннями напруги та струму і кутом зсуву фаз між ними.

Для синусоїдних напруг та струмів використовують поняття реактивної та повної потужностей. Остання дорівнює добуткові діючих значень напруги та струму.

Активна, реактивна та повна потужності співвідносяться як сторони прямокутного трикутника. Їм відповідає трикутник потужностей.

Активна потужність визначає одностороннє перетворення електричної енергії в інші види енергії. Реактивна потужність характеризує обмін енергією між реактивними елементами або джерелом і споживачем. Для індуктивного елемента вона додатна, а для ємнісного – від’ємна, тому компенсувати реактивну потужність індуктивного характеру можна вмиканням конденсаторів.

В електричному колі синусоїдного струму існує баланс активних і баланс реактивних потужностей, тобто для нього можна скласти два рівняння балансу потужностей.

3.7. Символічний метод розрахунку електричних кіл синусоїдного струму

Суть символічного методу розрахунку полягає в тому, що здійснюється перехід від миттєвих значень напруг, струмів та ЕРС (оригіналів) до їх символічних зображень, що дає змогу перейти від інтегро-диференціальних рівнянь до комплексних алгебричних рівнянь. Після виконання розрахунків здійснюється зворотний перехід до миттєвих значень. Застосування математичного апарату комплексного числення суттєво спрощує розрахунок електричних кіл. Символічний метод ще називають комплексним.

Рівняння законів Кірхгофа у символічній формі мають вигляд

$$\sum_k \dot{I}_k = 0; \quad \sum_k \dot{U}_k, \dot{E}_k = 0 \quad \text{або} \quad \sum_k \underline{Z}_k \dot{I}_k = \sum_k \dot{E}_k. \quad (3.43)$$

$$Q = UI \sin \varphi, \quad (3.37)$$

та повної потужності

$$S = UI. \quad (3.38)$$

Активна, реактивна та повна потужності зв'язані залежністю

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}, \quad (3.39)$$

якій відповідає трикутник потужностей (рис. 3.18).

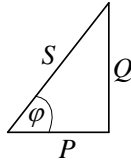


Рис. 3.18.

На відміну від активної потужності пасивного двополосника, яка завжди додатна, реактивна може бути від'ємною. Зокрема, якщо $\varphi < 0$, то $Q < 0$.

Активна потужність зумовлена незворотними процесами перетворення електричної енергії в інші види енергії, наприклад, в теплову чи механічну. Реактивна потужність пов'язана зі зворотними процесами обміну електричною енергією між індуктивними та ємнісними елементами (або між реактивними споживачами і генераторами).

Активна потужність вимірюється у ваттах (скорочено – Вт), реактивна у вольт-амперах реактивних (скорочено – вар), а повна – у вольт-амперах (скорочено – В.А).

Під час розрахунків використовується поняття комплексної потужності, яка може бути записана у вигляді комплексного числа

$$\underline{S} = P + jQ = UI \cos \varphi + jUI \sin \varphi. \quad (3.40)$$

Її можна обчислити, виходячи з комплексних значень напруги $\dot{U} = Ue^{j\psi_u}$ та струму $\dot{I} = Ie^{j\psi_i}$. Для цього використовується спряжене комплексне значення струму $\dot{I}^* = \dot{I}e^{-j\psi_i}$, в якому знак аргументу ψ_i змінений на протилежний. Комплексне значення повної потужності

$$\underline{S} = \dot{U}\dot{I}^* = UI \cos \varphi + jUI \sin \varphi = P + jQ. \quad (3.41)$$

Баланс потужностей витікає із закону збереження енергії. У комплексній формі його можна записати у вигляді рівняння

$$\sum \underline{S}_{\text{спож}} = \sum \underline{S}_{\text{дж}}, \quad (3.42)$$



3.1. Основні поняття та визначення

Струм, який змінюється в часі за величиною та напрямом, називається змінним. Один із напрямів змінного струму вважають додатним, а протилежний – від'ємним. Значення струму в даний момент часу називають *миттєвим* значенням. Кожному моменту часу відповідає певне за величиною і напрямом значення змінного струму.

Змінний струм, миттєве значення якого повторюється через рівні проміжки часу, називається періодичним, а найменший проміжок часу, через який відбувається повторення, називається періодом змінного струму. Серед періодичних змінних струмів найбільше поширення має гармонічний струм, тобто такий, що є синусоїдною функцією часу. Закон зміни такого струму можна представити функцією

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i), \quad (3.1)$$

де I_m – амплітуда, $\omega = 2\pi f$ – циклічна частота, ψ_i – початкова фаза. Частота f струму зв'язана з періодом T залежністю $f = 1/T$. Таким чином, синусоїдний струм характеризується трьома величинами: амплітудою I_m , частотою ω і початковою фазою ψ_i . Амплітуда – це найбільше за абсолютною величиною значення синусоїдного струму. Найменший проміжок часу, через який значення струму повторюється, називається *періодом*, а величина, обернена до періоду, називається *частотою*. Постійний струм, можна розглядати як частковий випадок змінного струму (частота $f=0$, а період $T=\infty$). Діапазон частот змінних струмів, які використовуються в техніці, складає від долей герц до мегагерц. Промислова частота становить 50 Гц (Україна, країни Європи, Росія і ін.) та 60 Гц (США, Японія і ін.). Аналогічно до струму синусоїдними функціями є напруга та ЕРС.

Надалі, говорячи про змінний струм, у цьому розділі матимемо на увазі синусоїдний струм. Його графік зображений на рис. 3.1. Аргумент синусоїдної функції (3.1) називають фазою, а значення фази при $t=0$ – початковою фазою.

Якщо дві синусоїдні величини (наприклад, напруга та струм) мають різні початкові фази, (рис.3.1), то кажуть, що між ними існує зсув фаз.

Зокрема, якщо $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$, $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$,

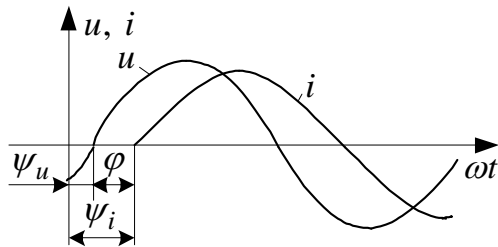


Рис. 3.1.

то зсув фаз між напругою та струмом визначається за формулою

$$\varphi = \psi_u - \psi_i. \quad (3.2)$$

Аналогічно визначається зсув фаз між будь-якими синусоїдними величинами.

Основні положення. Синусоїдно-змінний струм характеризується трьома величинами: амплітудою, частотою і початковою фазою. Миттєве значення синусоїдного струму – це значення струму в даний момент часу.

Аргумент $(\omega t + \psi)$ електричної величини, яка змінюється за синусоїдним законом, називається фазою, а його значення при $t=0$ – початковою фазою.

Зсув фаз – це різниця між фазами двох синусоїдних величин.

3.2. Діюче та середнє значення синусоїдного струму, ЕРС, напруги

Синусоїдний струм є наслідком дії синусоїдних ЕРС, які виробляють електромашинні генератори. Для змінного струму, як і для ЕРС, вводиться поняття діючого значення, яке використовується під час багатьох розрахунків. В основу визначення діючого значення змінного струму покладено тепловий еквівалент. Зокрема, якщо пропустити змінний струм через резистивний елемент з опором R , то під його дією буде виділятися тепло. Якщо за період T , при протіканні змінного струму i виділиться така ж кількість тепла, як при протіканні постійного струму I , то величину такого постійного струму приймають за діюче значення змінного струму. Іншими словами, діюче значення змінного струму

Як видно з (3.35), миттєва потужність має постійну складову $UI \cos \varphi$ і гармонічну $UI \cos(2\omega t - \varphi)$, кутова частота якої у два рази більша від частоти напруги та струму. Миттєва потужність двополюсника додатна, коли напруга і струм мають однакові знаки і від'ємна, – коли ці знаки протилежні (рис. 3.17).

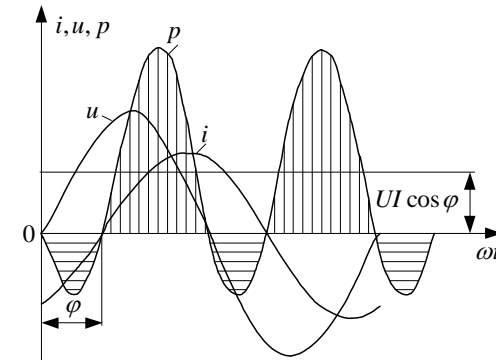


Рис. 3.17.

Для проміжків часу, коли миттєва потужність від'ємна, енергія повертається від споживача до джерела. Це можливо завдяки наявності реактивних елементів, в яких енергія періодично запасється в їх електричних і магнітних полях. Якщо двополюсник складається виключно з резистивних елементів, то енергія в ньому накопичуватись не може. Кут φ при цьому рівний нулю, напруга та струм завжди мають однакові знаки, відповідно немає інтервалів часу, коли потік енергії спрямований від споживача до джерела.

Середнє значення миттєвої потужності за період називають активною потужністю

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = UI \cos \varphi \quad (3.36)$$

Активна потужність залежить від діючих значень напруги U та струму I і зсуву фаз φ між ними. Множник $\cos \varphi$ для синусоїдних напруги та струму називається *коефіцієнтом потужності*. Оскільки для пасивного двополюсника $-\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$, активна потужність не може бути від'ємною. Активна потужність резистивного елемента чисельно дорівнює енергії, яка виділяється в ньому у вигляді тепла за секунду.

Поряд з активною потужністю використовується поняття *реактивної потужності*, яка визначається за формулою

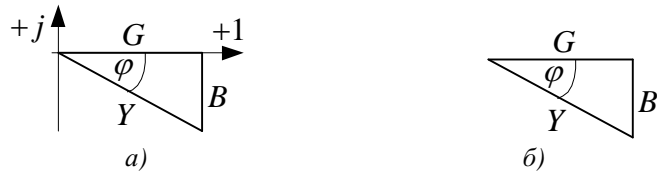


Рис. 3.15.

Основні положення. Для розрахунку електричних кіл змінного струму символічним методом використовують поняття комплексного опору, який складається з активного опору (дійсна частина) і реактивного (уявна частина). Реактивний опір буває двох типів: індуктивний X_L і емнісний X_C . При їх послідовному з'єднанні результуючий опір визначається як їх різниця, тобто $X = X_L - X_C$.

Активний, реактивний і повний опори (провідності) співвідносяться між собою як сторони прямокутного трикутника, тобто їм відповідає трикутник опорів (провідностей).

3.6. Потужності в електричному колі синусоїдного струму

У загальному випадку напруга та струм на вході пасивного двополюсника зсунені за фазою на кут $\varphi = \psi_u - \psi_i$. Якщо прийняти початкову фазу напруги $\psi_u = 0$, то початкова фаза струму $\psi_i = -\varphi$. За таких умов миттєві значення напруги і струму можна представити у вигляді

$$u = U_m \sin \omega t; \quad i = I_m \sin(\omega t - \varphi). \quad (3.33)$$

Миттєве значення потужності є функцією часу (див. 1.28)

$$p = ui. \quad (3.34)$$

Підставивши (3.33) в (3.34), отримаємо

$$p = UI \cos \varphi - UI \cos(2\omega t - \varphi). \quad (3.35)$$

Зауважимо, що для активно-індуктивного характеру опору двополюсника струм відстає від напруги, а кут $\varphi > 0$ (рис. 3.16,а). Для активно-емнісного характеру опору двополюсника струм випереджує напругу, а кут $\varphi < 0$ (рис. 3.16,б)



Рис. 3.16.

дорівнює такому постійному струмові, який за період T виділяє в тому ж резистивному елементі таку ж кількість тепла, як і змінний струм. Таким чином, визначити діюче значення синусоїдного струму можна на основі рівності енергії, яка виділяється в резисторі з опором R за період T .

Енергія, яка виділяється постійним струмом I за час T , дорівнює

$$W = I^2 RT, \quad (3.3)$$

а змінним

$$W = \int_0^T i^2 R dt. \quad (3.4)$$

Прирівнявши вирази (3.3) і (3.4) та враховуючи, що $i = I_m \sin \omega t$, знаходимо діюче значення синусоїдного струму

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}. \quad (3.5)$$

Діюче значення називають ще ефективним. Ним визначається не тільки теплова дія, але й силова. Зауважимо, що вимірювальні прилади електромагнітної, електродинамічної, феродинамічної систем показують діюче значення.

Діючі значення напруг та ЕРС визначаються аналогічно

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}; \quad E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}. \quad (3.6)$$

Відзначимо, що діючі значення є середньоквадратичними

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}; \quad U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt}; \quad E = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T e^2 dt}. \quad (3.7)$$

Середнє за період значення синусоїдного змінного струму дорівнює нулю. На практиці часто використовується середнє за модулем значення, яке дорівнює

$$I_{cp} = \frac{2}{\pi} I_m. \quad (3.8)$$

Відношення діючого значення струму до середнього за модулем називають коефіцієнтом форми, який для синусоїдного струму дорівнює

$$K_\varphi = \frac{I}{I_{cp}} = 1,11. \quad (3.9)$$

Основні положення. Для визначення енергетичної дії електричного струму користуються поняттям діючого значення, яке в $\sqrt{2}$ разів менше від амплітудного. Аналогічно визначаються діючі значення синусоїдних ЕРС та напруг. Діюче значення називають ще ефективним.

Середнє значення синусоїдного струму (напруги, ЕРС) за період дорівнює нулю, тому має сенс лише середнє за модулем значення, яке менше від діючого в 1,11 разів.

3.3. Зображення синусоїдної величини на комплексній площині

Під час розрахунку процесів в електричних колах змінного струму необхідно виконувати арифметичні операції над синусоїдними величинами. Наприклад, необхідно знайти суму кількох струмів тощо. Безпосереднє додавання гармонічних функцій часу пов'язане з громіздкими і трудомісткими перетвореннями. Суттєве спрощення розрахунків досягається, якщо перейти від синусоїдних функцій часу до їх зображень за допомогою комплексних чисел. Пояснимо, як це можна здійснити на прикладі синусоїдної напруги

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u). \quad (3.10)$$

Із курсу математики відома формула Ейлера

$$e^{j\alpha} = \cos \alpha + j \sin \alpha. \quad (3.11)$$

Нехай $\alpha = \omega t + \psi_u$, тоді, домноживши (3.11) на U_m , отримаємо

$$U_m e^{j(\omega t + \psi_u)} = U_m \cos(\omega t + \psi_u) + j U_m \sin(\omega t + \psi_u). \quad (3.12)$$

Візьмемо комплексну площину й відкладемо по осі абсцис дійсну частину комплексного числа (3.12), а по осі ординат – уявну. Тоді вектор довжиною U_m , спрямований під кутом $(\omega t + \psi_u)$ до осі абсцис (рис. 3.2), буде символічним відображенням синусоїдної напруги (3.10). Це пояснюється тим, що між миттєвим значенням напруги u і вектором \vec{U}_m існує однозначний зв'язок: в кожний момент часу значення напруги визначається проекцією вектора \vec{U}_m на уявну вісь. Застосування математичного апарату комплексного числення дає змогу замінити операції диференціювання та інтегрування арифметичними діями, а операції над синусоїдними функціями – операціями над комплексними числами.

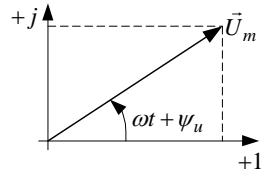


Рис. 3.2.

$$\underline{Z} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = Z e^{j(\psi_u - \psi_i)} = Z e^{j\varphi} = R + jX, \quad (3.32)$$

де $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$; $\varphi = \arctg(X/R)$.

Зсув фаз $\varphi = \varphi_u - \psi_i$ між напругою та струмом двополюсника, визначається співвідношенням активного і реактивного опорів.

Комплексний опір \underline{Z} має геометричну інтерпретацію (рис. 3.14,а). Активний, реактивний та модуль повного опору двополюсника співвідносяться як сторони прямокутного трикутника, який називають *трикутником опорів* (рис. 3.14,б).

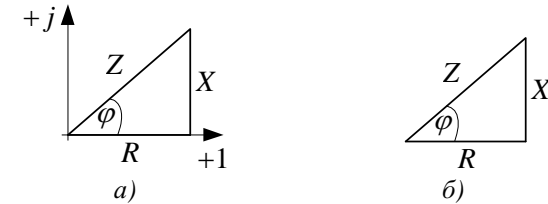


Рис. 3.14.

Величина, обернена до комплексного опору, називається *комплексною провідністю*. Вона, як і комплексний опір, може бути представлена в алгебричній або показниковій формі

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{R + jX} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j \frac{X}{R^2 + X^2} = G - jB$$

або

$$\underline{Y} = \frac{1}{Z e^{j\varphi}} = \frac{1}{Z} e^{-j\varphi} = Y \cos \varphi - j Y \sin \varphi = G - jB,$$

де

$$G = Y \cos \varphi = \frac{R}{R^2 + X^2} = \frac{R}{Z^2} \text{ – активна провідність;}$$

$$B = Y \sin \varphi = \frac{X}{R^2 + X^2} = \frac{X}{Z^2} \text{ – реактивна провідність.}$$

На комплексній площині провідності \underline{Y} відповідає прямокутний трикутник (рис. 3.15,а), який називають *трикутником провідностей* (рис. 3.15,б).

– індуктивним опором $X_L = \omega L$, а ідеальний конденсатор – ємнісним опором $X_C = 1/\omega C$.

3.5. Комплексний опір і комплексна провідність. Закон Ома в комплексній формі

Розглянемо просте електричне коло, яке складається з послідовно з'єднаних резистивного, індуктивного і ємнісного елементів, які живляться від джерела синусоїдної напруги (рис. 3.13).

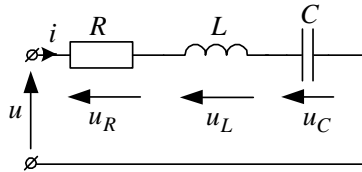


Рис. 3.13.

Згідно з другим законом Кірхгофа прикладена напруга зрівноважується спадом напруг на окремих елементах електричного кола

$$u = u_R + u_L + u_C. \quad (3.29)$$

Представимо всі напруги, що входять до рівняння (3.29), у комплексній формі

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C. \quad (3.30)$$

Враховуючи, що

$$\dot{U}_R = RI; \quad \dot{U}_L = jX_L I; \quad \dot{U}_C = -jX_C I,$$

отримаємо

$$\dot{U} = (R + jX_L - jX_C) I = (R + jX) I,$$

де $X = X_L - X_C$, або в скороченій формі запису

$$\dot{U} = \underline{Z} I. \quad (3.31)$$

Комплексна величина $\underline{Z} = R + jX$ називається комплексним опором двополосника. Риска знизу означає, що оригінал цієї комплексної величини є постійна величина, а не функція часу.

Співвідношення (3.31) між комплексними напругою та струмом – це закон Ома в комплексній формі для пасивної ділянки електричного кола.

Зокрема, якщо $\dot{U} = U e^{j\psi_u}$ і $\dot{I} = I e^{j\psi_i}$, то

Встановимо зв'язок між комплексним числом, яке зображує синусоїдну функцію часу, і тим, яке зображує її похідну та інтеграл. Зокрема, якщо синусоїдна напруга (3.10) може бути зображена комплексним числом

$$U_m e^{j(\omega t + \psi_u)} = U_m e^{j\psi_u} e^{j\omega t} = \dot{U}_m e^{j\omega t}, \quad (3.13)$$

де $\dot{U}_m = U_m e^{j\psi_u}$ – комплексна амплітуда, то, враховуючи, що

$$\frac{du}{dt} = \omega U_m \sin(\omega t + \psi_u + \pi/2), \quad (3.14)$$

похідна du/dt зображується комплексним числом

$$j\omega U_m e^{j(\omega t + \psi_u)} = j\omega \dot{U}_m e^{j\omega t}, \quad (3.15)$$

оскільки згідно з (3.11) $e^{j\pi/2} = j$.

У свою чергу

$$\int u dt = \frac{U_m}{\omega} \sin(\omega t + \psi_u - \pi/2) \quad (3.16)$$

зображується комплексним числом

$$\frac{U_m}{j\omega} e^{j(\omega t + \psi_u)} = \frac{\dot{U}_m}{j\omega} e^{j\omega t}. \quad (3.17)$$

Таким чином, операція диференціювання зводиться до множення, а інтегрування – до ділення на $j\omega$ комплексного числа, яке зображує дану функцію. Комплексне число, яке зображує суму кількох синусоїдних функцій однакової частоти, дорівнює алгебричній сумі комплексних чисел, які зображують ці функції.

Нехай необхідно знайти суму двох струмів однакової частоти $i = i_1 + i_2$ де $i_1 = I_{m1} \sin(\omega t + \psi_1)$, $i_2 = I_{m2} \sin(\omega t + \psi_2)$. Представимо їх на комплексній площині векторами \vec{I}_{m1} та \vec{I}_{m2} (рис. 3.3). Ці вектори обертаються з постійною кутовою частотою ω , тому їх взаємне розташування в будь-який момент часу незмінне.

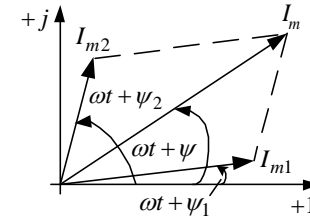


Рис. 3.3.

Це означає, що сумарний вектор \vec{I}_m буде незмінним за величиною і обертатися з тією ж частотою ω , а його проекція на вертикальну вісь дорівнює шуканій синусоїдній функції

$$i = i_1 + i_2 = I_m \sin(\omega t + \psi).$$

Відзначимо, що у здійсненому на рис. 3.3 графічному додаванні векторів присутнє біжуче значення кута ωt . Однак, оскільки взаємне розташування векторів не залежить від цього кута, то можна здійснити додавання при будь-якому його значенні, в тому числі й при $\omega t=0$. Крім того, у більшості випадків зручно взяти довжини векторів, що зображують синусоїдні функції, рівними не амплітудним, а діючим значенням. Таким чином, надалі будемо користуватись не комплексними амплітудами \vec{I}_m , а комплексними діючими значеннями \vec{I} , які в $\sqrt{2}$ раз менші, тобто

$$\vec{I} = \frac{\vec{I}_m}{\sqrt{2}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi} = I e^{j\psi}. \quad (3.18)$$

де $I = I_m/\sqrt{2}$ – діюче значення струму.

Отже, для переходу від синусоїдної функції часу (оригіналу) до зображуючої її комплексної величини (символічного зображення), необхідно модуль комплексного числа взяти рівним діючому значенню, а аргумент рівним значенню аргумента синусоїдної функції в момент часу $t=0$.

Наприклад,

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u), \quad \vec{U} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi_u} = U e^{j\psi_u};$$

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i), \quad \vec{I} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi_i} = I e^{j\psi_i}.$$

Для зворотного переходу від комплексного числа, яке зображує синусоїдну функцію, до самої функції, тобто до оригіналу, необхідно взяти його проекцію на уявну вісь, домножити її на $\sqrt{2}$ і додати до аргументу ωt .

Основні положення. Для розрахунку електричних кіл змінного струму користуються не миттєвими значеннями напруг, ЕРС та струмів, які є функціями часу, а їх символічними (комплексними) відображеннями. При цьому кожену синусоїдну величину представляють у вигляді комплексного числа, модуль якого дорівнює діючому значенню цієї величини, а аргумент – початковій фазі. На комплексній площині комплексну напругу (струм, ЕРС) можна представити вектором, модуль якого дорівнює діючому значенню, спрямованим під кутом до дійсної осі,

знехтуємо. Заступна схема ідеального конденсатора має вигляд

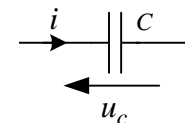


Рис. 3.10.

З формули (1.21) для синусоїдного струму знаходимо

$$u_c = \frac{1}{C} \int i dt = \frac{1}{C} \int I_m \sin(\omega t + \psi_i) dt = \frac{1}{\omega C} I_m \sin(\omega t + \psi_i - \pi/2) = X_c I_m \sin(\omega t + \psi_i - \pi/2) = U_{cm} \sin(\omega t + \psi_i - \pi/2), \quad (3.27)$$

де величина $X_c = 1/\omega C$ – називається ємнісним опором.

Висновок: Напруга на конденсаторі відстає за фазою від струму на кут $\varphi = \pi/2$.

У комплексній формі

$$\vec{U}_c = U_c e^{j(\psi_i - \pi/2)} = X_c I e^{j\psi_i} \cdot e^{-j\pi/2} = -j X_c \vec{I}. \quad (3.28)$$

Часові залежності напруги і струму наведені на рис. 3.11, а векторне відображення – на рис. 3.12.

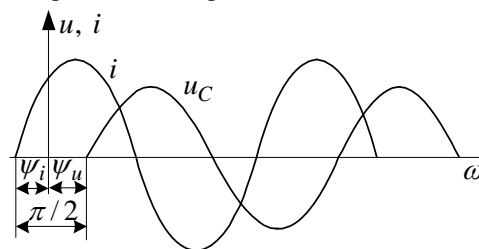


Рис. 3.11.

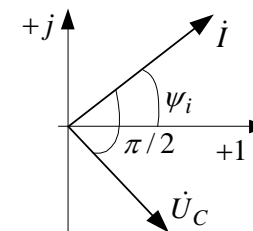


Рис. 3.12.

Основні положення. Напруга на резисторі співпадає за фазою зі струмом, який через нього протікає.

Напруга на ідеальній котушці індуктивності випереджує за фазою струм, який через неї протікає, на кут $\pi/2$.

Напруга на ідеальному конденсаторі відстає за фазою від струму на кут $\pi/2$.

Резистор характеризується активним опором R , ідеальна котушка

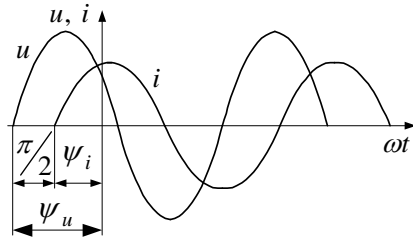


Рис. 3.8.

У комплексній формі

$$\dot{i} = I e^{j\psi_i}; \quad \dot{U}_L = U_L \cdot e^{j(\psi_i + \pi/2)} = X_L I e^{j\psi_i} e^{j\pi/2} = X_L \dot{I} e^{j\pi/2} = jX_L \dot{I}. \quad (3.25)$$

Векторні зображення напруги на індуктивному елементі та струму, який через нього протікає, наведені на рис. 3.9.

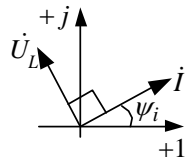


Рис. 3.9.

Перейдемо до розгляду конденсатора в колі синусоїдного струму.

Електричний заряд q на обкладках конденсатора ємністю C пропорційний до прикладеної напруги

$$q = C u. \quad (3.26)$$

Зауважимо, що величина ємності конденсатора залежить від його геометричних розмірів і діелектричної проникності середовища. Одиниця вимірювання ємності – фарада (скорочено Φ), яку можна виразити через інші величини наступним чином

$$[\Phi] = \left[\frac{K\lambda}{B} \right] = \left[\frac{A \cdot c}{B} \right] = \left[\frac{c}{O_M} \right] = [C_M \cdot c].$$

Якщо прикладена до конденсатора напруга змінюється, то змінюється і величина заряду на обкладках конденсатора. В провідниках, які з'єднують конденсатор з джерелом, ця зміна заряду зумовлює електричний струм, який визначається згідно з (1.20). Отже, якщо напруга на конденсаторі постійна, то струм дорівнює нулю.

В реальному конденсаторі існують струми провідності, оскільки ідеальних діелектриків не існує, але ці струми відносно малі, тому ними

який дорівнює початковій фазі.

Застосування символічних відображень дає можливість перейти від операцій над синусоїдними функціями часу до алгебричних операцій над комплексними числами. Останні можуть бути представлені в алгебричній або показниковій формах. Метод, в основі якого лежить зображення синусоїдних функцій часу комплексними числами називається комплексним, або символічним.

3.4. Пасивні елементи в електричному колі синусоїдного струму

Для аналізу процесів в електричному колі синусоїдного струму використовують його заступну схему, яку отримують на підставі принципової схеми шляхом представлення усіх електротехнічних пристроїв ідеалізованими елементами. Пасивними елементами заступної схеми електричного кола синусоїдного струму є резистивні, індуктивні і ємнісні елементи. Відзначимо, що ми розглядаємо лінійні пасивні елементи, параметри яких не залежать від прикладених до них напруг або струмів, які по них протікають. Розглянемо процеси, які мають місце в кожному з перерахованих вище пасивних елементів окремо.

З резистивними елементами ми вже зустрічалися під час розгляду електричних кіл постійного струму, де заступні схеми електричного кола склалися із джерел енергії та резистивних елементів. Зауважимо, що опір провідника змінному струмові більший, ніж постійному внаслідок витіснення струму до поверхні провідника. Однак для низьких частот це збільшення опору незначне і ним можна знехтувати, а опір провідника визначати за тією ж формулою, що і для постійного струму.

В резистивних елементах електрична енергія перетворюється у теплову. Величина потужності, яка виділяється в резистивному елементі з параметром R , визначається за формулою

$$P = I^2 R, \quad (3.19)$$

де I – діюче значення змінного струму. Таким чином, резистор в електричному колі змінного струму, характеризується величиною його опору R , який будемо називати активним. Заступна схема резистивного елемента має вигляд

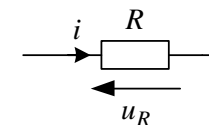


Рис. 3.4.

Згідно з законом Ома, який справедливий для будь-якого закону зміни струму та моменту часу, напруга на резисторі, зумовлена протіканням змінного струму $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$, визначається за формулою

$$u = Ri = RI_m \sin(\omega t + \psi_i) = U_m \sin(\omega t + \psi_u), \quad (3.20)$$

де $U_m = RI_m$ – амплітуда, а $\psi_u = \psi_i$ – початкова фаза напруги. Як видно з (3.20), напруга і струм мають однакові початкові фази. Звідси висновок: *напруга на резистивному елементі співпадає за фазою зі струмом*. Часові залежності напруги на резисторі і струму мають вигляд, показаний на рис. 3.5.

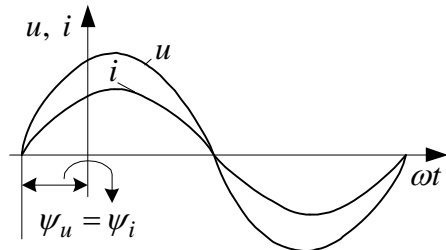


Рис. 3.5.

У комплексній формі $\dot{I} = I e^{j\psi_i}$. Відповідно $\dot{U}_R = R\dot{I} = RI e^{j\psi_i} = U e^{j\psi_u}$. Векторні відображення напруги та струму для резистивного елемента наведені на рис. 3.6.

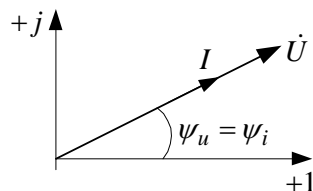


Рис. 3.6.

Розглянемо процеси в лінійній (без сталевго осердя) котушці при протіканні в ній синусоїдного струму. Як відомо, навколо провідника зі струмом існує магнітне поле. Якщо котушка має w витків і кожен з них пронизується магнітним потоком Φ , то потокозчеплення ψ всієї котушки

$$\psi = w\Phi. \quad (3.21)$$

Відношення потокозчеплення котушки до величини струму, що по ній протікає, називається індуктивністю, тобто (див. 1.18)

$$L = \frac{\psi}{i}. \quad (3.22)$$

Величина індуктивності котушки залежить від конструктивного її виконання і магнітної проникності середовища, по якому замикається магнітний потік. Одиниця вимірювання індуктивності – генрі (скорочено Гн), який виражається через інші величини наступним чином

$$[\text{Гн}] = \left[\frac{B\phi}{A} \right] = \left[\frac{B \cdot c}{A} \right] = [\text{Ом} \cdot c].$$

Як було сказано в п. 1.5, заступну схему котушки можна представити у вигляді послідовно з'єднаних резистивного елемента з параметром R та ідеального індуктивного елемента з параметром L (рис. 1.4). А оскільки резистор ми уже розглянули, то перейдемо до ідеалізованої котушки, яка характеризується лише параметром L (рис. 3.7).

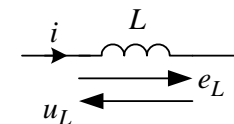


Рис. 3.7.

Під час зміни струму в котушці змінюється її потокозчеплення, і згідно зі законом електромагнітної індукції в ній наводиться ЕРС самоіндукції

$$e_L = -\frac{d\psi}{dt} = -L \frac{di}{dt}. \quad (3.23)$$

Додатний напрям ЕРС самоіндукції співпадає з додатним напрямом струму (рис. 3.7), тому напругу на котушці при протіканні по ній синусоїдного струму обчислимо за формулою

$$u_L = -e_L = L \frac{di}{dt} = L \frac{d}{dt} (I_m \sin(\omega t + \psi_i)) = \omega L I_m \sin(\omega t + \psi_i + \pi/2) = X_L I_m \sin(\omega t + \psi_i + \pi/2) = U_m \sin(\omega t + \psi_i + \pi/2), \quad (3.24)$$

де величина $X_L = \omega L$ має розмірність Ом і називається *індуктивним опором* котушки.

Висновок: *напруга на ідеальному індуктивному елементі випереджує за фазою струм на кут $\varphi = \pi/2$.*

Залежності від часу напруги на котушці та струму в ній наведені на рис. 3.8.

$$\begin{aligned} i_A &= (i_0 + i_1 + i_2); \\ i_B &= (i_0 + \underline{a}i_1 + \underline{a}^2i_2); \\ i_C &= (i_0 + \underline{a}^2i_1 + \underline{a}i_2). \end{aligned} \quad (4.24)$$

Обернені перетворення мають вигляд

$$\begin{aligned} i_1 &= \frac{1}{3}(i_A + \underline{a}i_B + \underline{a}^2i_C); \\ i_2 &= \frac{1}{3}(i_A + \underline{a}^2i_B + \underline{a}i_C); \\ i_0 &= \frac{1}{3}(i_A + i_B + i_C). \end{aligned} \quad (4.25)$$

Аналогічні формули можна записати для несиметричних трифазних систем ЕРС та напруг і їх складових.

Відношення фазних напруг (ЕРС) прямої, зворотної та нульової послідовностей до відповідних фазних послідовностей струму називають комплексними опоромі відповідних послідовностей

$$Z_1 = \frac{\dot{U}_1}{I_1}; \quad Z_2 = \frac{\dot{U}_2}{I_2}; \quad Z_0 = \frac{\dot{U}_0}{I_0}. \quad (4.26)$$

Метод симетричних складових дає змогу звести задачу розрахунку несиметричного трифазного кола до більш простих задач – розрахунку його симетричних режимів. Всі розрахунки симетричних складових здійснюють для однієї фази (як правило, фази *A*). Розрахунок проводять за методом накладання, тобто для кожної послідовності окремо. Зауважимо, що тільки в симетричному колі симетрична система напруг (ЕРС) утворює симетричну систему струмів. Якщо опори трифазного кола несиметричні, то система струмів буде також несиметричною, тобто буде містити інші симетричні складові. Тому попередньо необхідно несиметричну частину кола за теоремою компенсації замінити невідомою несиметричною системою напруг і, таким чином, несиметричне коло звести до симетричного.

У трифазних колах розрізняють два види несиметрії: поперечну, яку можна еквівалентувати базовою підсхемою (рис. 4.15), та поздовжню з відповідною підсхемою (рис. 4.16). З метою спрощення на рисунках не показано опорів відповідних послідовностей ні для генераторів, ні для лінії та навантаження.

На основі схем, наведених на рисунках 4.15 та 4.16, запишемо рівняння, що характеризують несиметричну ділянку

$$\dot{U}_A = \underline{Z}_A \dot{I}_A; \quad \dot{U}_B = \underline{Z}_B \dot{I}_B; \quad \dot{U}_C = \underline{Z}_C \dot{I}_C; \quad \dot{U}_N = \underline{Z}_N \dot{I}_N. \quad (4.27)$$

Аналогічно

$$e_2 = -\frac{d\psi_2}{dt} = -\frac{d(\psi_{22} \pm \psi_{21})}{dt} = -L_2 \frac{di_2}{dt} \mp M_{21} \frac{di_1}{dt}. \quad (3.61б)$$

Отже напруги на котушках, які мають взаємоіндуктивний зв'язок, визначаються за формулами

$$\begin{aligned} u_1 = -e_1 &= L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M_{12} \frac{di_2}{dt}; \\ u_2 = -e_2 &= L_2 \frac{di_2}{dt} \pm M_{21} \frac{di_1}{dt}. \end{aligned} \quad (3.62)$$

У комплексній формі

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= j\omega L_1 \dot{I}_1 \pm j\omega M_{12} \dot{I}_2; \\ \dot{U}_2 &= j\omega L_2 \dot{I}_2 \pm j\omega M_{21} \dot{I}_1. \end{aligned} \quad (3.63)$$

Величина $X_M = \omega M$ має розмірність опору і називається індуктивним опором взаємоіндукції, а величина jX_M – комплексним опором взаємоіндукції.

Взаємоіндуктивні зв'язки можуть мати місце не тільки між елементами одного кола, але й між не зв'язаними електрично елементами.

Типовим прикладом електричного кола зі взаємоіндуктивними зв'язками є трансформатор, електрична схема якого наведена на рис. 3.23.

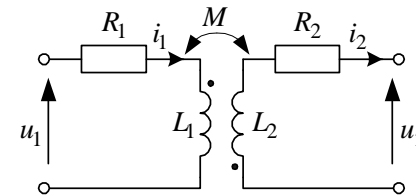


Рис. 3.23.

Рівняння, складені за другим законом Кірхгофа для первинної і вторинної обмоток трансформатора, мають вигляд

$$\begin{aligned} u_1 &= R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}; \\ -u_2 &= R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}, \end{aligned} \quad (3.64)$$

де знак “+” перед M відповідає показаному на рис. 3.23 узгодженому вмиканню первинної і вторинної обмоток.

Розрахунок електричних кіл зі взаємоіндуктивними зв'язками можна здійснювати на підставі законів Кірхгофа або за методом контурних струмів. Метод вузлових напруг вимагає попередньої еквівалентної заміни індуктивних зв'язків або спеціального підходу, що виходить за рамки даного посібника.

Для прикладу, запишемо рівняння Кірхгофа для простого електричного кола зі взаємоіндуктивними зв'язками, наведеного на рис. 3.24, в якому котушки індуктивності увімкнені зустрічно.

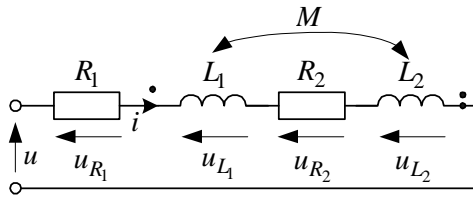


Рис. 3.24.

За другим законом Кірхгофа

$$u = u_{R_1} + u_{L_1} + u_{R_2} + u_{L_2},$$

де

$$u_{R_1} = R_1 i;$$

$$u_{R_2} = R_2 i;$$

$$u_{L_1} = L_1 \frac{di}{dt} - M \frac{di}{dt};$$

$$u_{L_2} = L_2 \frac{di}{dt} - M \frac{di}{dt}.$$

У комплексній формі

$$\begin{aligned} \dot{U} &= (R_1 + R_2)\dot{I} + j(\omega L_1 - \omega M)\dot{I} + j(\omega L_2 - \omega M)\dot{I} = \\ &= [(R_1 + R_2) + j(X_{L_1} + X_{L_2} - 2X_M)]\dot{I}. \end{aligned}$$

Основні положення. Явище взаємоіндукції має місце, якщо витки однієї котушки пронизуються магнітним потоком, зумовленим струмом іншої котушки. При цьому у ній наводиться ЕРС, яка називається ЕРС взаємоіндукції, яка може за напрямом збігатися з ЕРС самоіндукції або бути протилежною до неї. При складанні рівнянь за другим законом Кірхгофа або за методом контурних струмів у колах зі взаємоіндуктивними зв'язками необхідно враховувати ЕРС взаємоіндукції.

Взаємоіндуктивні зв'язки можуть мати місце як в електрично зв'язаних колах, так і в таких, що не мають електричного зв'язку.

При симетричному навантаженні і наявності нейтрального проводу для вимірювання активної потужності достатньо одного однофазного ватметра, оскільки покази усіх трьох ватметрів однакові. У випадку відсутності нейтрального проводу як для симетричного, так і несиметричного навантаження для вимірювання активної потужності використовують метод двох ватметрів.

У загальному випадку багатозфазної системи для вимірювання активної потужності необхідно мати таку кількість однофазних ватметрів, яка на одиницю менша від кількості проводів лінії пересилання.

4.6. Метод симетричних складових

Для розрахунку несиметричних трифазних кіл з міжфазними взаємоіндуктивними зв'язками та рухомими контурами (електричні машини) широко застосовується метод симетричних складових. Суть його полягає в розкладанні несиметричної трифазної системи векторів (комплексних відображень ЕРС, ДС, напруг та струмів) на три симетричні складові, які утворюють симетричні трифазні системи: прямої, зворотної та нульової послідовностей. Їх називають симетричними складовими, а відрізняються вони порядком чергування фаз (див. 4.4). Величини, які відносяться до систем прямої, зворотної та нульової послідовностей прийнято позначати відповідно індексами 1, 2, 0. На рис. 4.14 наведено приклад векторних діаграм ЕРС симетричних складових усіх трьох послідовностей.

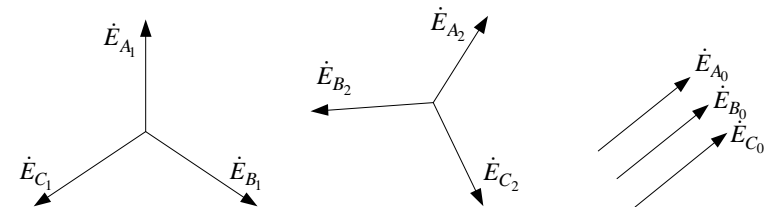


Рис. 4.14.

Несиметричну трифазну систему векторів ЕРС, напруг та струмів фаз A, B, C отримують як суму векторів відповідних складових. Отже між реальними ЕРС, напругами та струмами фаз і їх симетричними складовими існує однозначний зв'язок. Для прикладу, запишемо формули переходу від векторів $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$ струмів фаз до їх симетричних складових $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_0$, користуючись оператором a (4.2)

$$P_{W1} + P_{W2} = \operatorname{Re} \left[(\dot{U}_A - \dot{U}_B) I_A^* + (\dot{U}_C - \dot{U}_B) I_C^* \right] =$$

$$= \operatorname{Re} \left[\dot{U}_A I_A^* + \dot{U}_B I_B^* + \dot{U}_C I_C^* \right] = P_A + P_B + P_C. \quad (4.22)$$

Таким чином, сума показів двох ватметрів дорівнює активній потужності трифазного приймача.

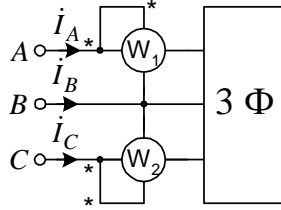


Рис. 4.13.

Для симетричного кола, формула (4.22), приймає вигляд

$$P_{3\phi} = P_{W1} + P_{W2} = U_{л} I_{л} \cos(\varphi - 30^\circ) + U_{л} I_{л} \cos(\varphi + 30^\circ). \quad (4.23)$$

звідки витікає, що при $|\varphi| > 60^\circ$, покази приладів будуть мати протилежні знаки. Отже активна потужність дорівнює алгебричній сумі показів двох ватметрів. При цьому слід мати на увазі, що можливі такі режими роботи, в яких стрілка одного з ватметрів прагне відхилитися в протилежну сторону, незважаючи на правильне його під'єднання. У цьому випадку необхідно змінити на протилежне під'єднання до кола початку і кінця однієї з обмоток ватметра, а виміряну після цього потужність вважати від'ємною.

Насамкінець відзначимо, що на практиці знаходять застосування трифазні ватметри, які дають змогу виміряти сумарну потужність усіх трьох фаз, незалежно від того, симетричне навантаження чи ні.

Основні положення. Активну потужність трифазного споживача у загальному випадку можна виміряти:

а) за допомогою трьох однофазних ватметрів за наявності нейтрального проводу;

б) за допомогою двох ватметрів (схема Арона) при відсутності нейтрального проводу.

У першому випадку покази кожного з трьох ватметрів – це потужності відповідних фаз. У другому випадку сенс має тільки алгебрична сума показів обох ватметрів, яка є сумарною потужністю трьох фаз.

3.10. Приклади розв'язування задач

Приклад 3.1. Покажемо застосування символічного методу до розрахунку простого електричного кола (рис. 3.25), в якому: $e = 282 \sin(\omega t - 30^\circ)$ В; $R = 6$ Ом; $L = 0,016$ Гн; $C = 245$ мкФ; $f = 50$ Гц.

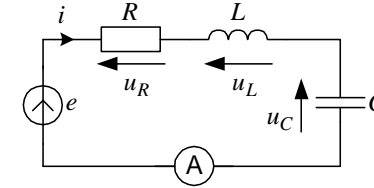


Рис. 3.25.

Необхідно знайти миттєве значення струму i , покази амперметра (діюче значення струму I) та побудувати векторну діаграму.

Розв'язання: $\omega = 2\pi f = 314,1 \text{ c}^{-1}$; $X_L = \omega L = 5$ Ом; $X_C = 1/(\omega C) = 13$ Ом;

$$\underline{Z} = R + j(X_L - X_C) = 6 - j8 = 10e^{-j53^\circ} \text{ Ом}; \quad \dot{E} = 200e^{-j30^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}}{\underline{Z}} = \frac{200e^{-j30^\circ}}{10e^{-j53^\circ}} = 20e^{j23^\circ} \text{ А.}$$

Діюче значення струму $I = 20$ А.

Миттєве значення струму $i = 20\sqrt{2} \sin(\omega t + 23^\circ)$ А.

Для побудови векторної діаграми обчислимо комплексні напруги на окремих елементах електричного кола.

$$\dot{U}_R = R\dot{I} = 6 \cdot 20e^{j23^\circ} = 120e^{j23^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_L = jX_L\dot{I} = j5 \cdot 20e^{j23^\circ} = 5e^{j90^\circ} \cdot 20e^{j23^\circ} = 100e^{j113^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_C = -jX_C\dot{I} = -j13 \cdot 20e^{j23^\circ} = 13e^{-j90^\circ} \cdot 20e^{j23^\circ} = 260e^{-j67^\circ} \text{ В.}$$

Векторна діаграма побудована на рис. 3.26.

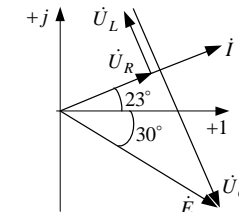


Рис. 3.26.

Приклад 3.2. Записати рівняння Кірхгофа для миттєвих значень та у комплексній формі для електричного кола, зображеного на рис. 3.27а.

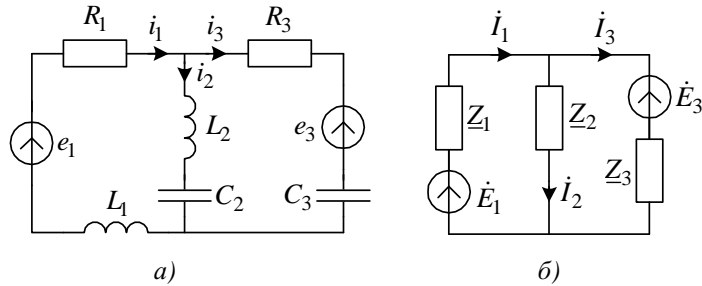


Рис. 3.27.

Розв'язання: Рівняння, складені за законами Кірхгофа для миттєвих значень, мають вигляд:

$$i_1 - i_2 - i_3 = 0$$

$$R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} + \frac{1}{C_2} \int i_2 dt = e_1;$$

$$R_3 i_3 + \frac{1}{C_3} \int i_3 dt - L_2 \frac{di_2}{dt} - \frac{1}{C_2} \int i_2 dt = -e_3.$$

Для запису цих рівнянь у комплексній формі визначимо комплексні опори віток

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_{L1} = Z_1 e^{j\varphi_1} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_2 = j(X_{L2} - X_{C2}) = Z_2 e^{j\varphi_2} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_3 = R_3 - jX_{C3} = Z_3 e^{j\varphi_3} \text{ Ом}.$$

Складена з використанням цих опорів комплексна заступна схема представлена на рис. 3.27б. Користуючись нею, запишемо рівняння Кірхгофа у комплексній формі.

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0;$$

$$\underline{Z}_1 I_1 + \underline{Z}_2 I_2 = \dot{E}_1;$$

$$\underline{Z}_3 I_3 - \underline{Z}_2 I_2 = -\dot{E}_3.$$

Приклад 3.3. Для електричного кола, схема якого зображена на рис. 3.13, визначити миттєве значення струму та відобразити на комплексній площині вектори напруги та струму на вході електричного кола, якщо $u=141 \sin 5000t$, $C=5 \text{ мкФ}$, $R=15 \text{ Ом}$, $L=12 \text{ мГн}$.

При цьому активна потужність трифазного кола дорівнює сумі показів трьох ватметрів

$$P_\phi = P_{W_1} + P_{W_2} + P_{W_3}. \quad (4.20)$$

Для симетричного кола покази ватметрів будуть однакові, тому достатньо здійснити вимірювання тільки в одній фазі.

За відсутності доступу до нейтралі в симетричному колі вимірювання потужності можна здійснити за допомогою одного ватметра із створенням штучної нульової точки, як це показано на рис. 4.12. За умови, що $R_B=R_C=R_W$, де R_W – опір обмотки напруги ватметра, напруга на ній буде рівна фазній напрузі приймача. Оскільки по струмовій обмотці ватметра протікає фазний струм приймача, то покази ватметра збігаються зі значенням активної потужності однієї фази, і відповідно потужність трифазного приймача буде рівна потроєному значенню показів ватметра $P_{3\phi}=3P_W$.

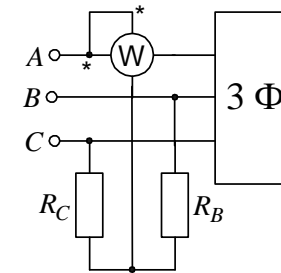


Рис. 4.12.

Проте найбільшого поширення набула схема (рис. 4.13) двох ватметрів (схема Арона), яка не вимагає доступу до нейтралі і придатна як для симетричних, так і несиметричних трипровідних кіл. Обґрунтуємо цей метод. У відповідності з рис. 4.13 покази ватметрів визначаються за формулами

$$P_{W1} = \text{Re}(\dot{U}_{AB} I_A^*); \quad P_{W2} = \text{Re}(\dot{U}_{CB} I_C^*). \quad (4.21)$$

У (4.21) виразимо лінійні напруги через фазні $\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B$; $\dot{U}_{CB} = \dot{U}_C - \dot{U}_B$ і обчислимо суму показів ватметрів з урахуванням, що $-\dot{I}_A - \dot{I}_C = \dot{I}_B$. У результаті отримаємо

вираз (4.15) прийме вигляд

$$P_{3\phi} = \sqrt{3}U_{\text{л}}I_{\text{л}}\cos\varphi. \quad (4.16)$$

Рівняння (4.16) свідчить, що вираз потужності через лінійні струми та напруги не залежить від способу сполучення фаз приймача.

Реактивна потужність трифазного приймача дорівнює алгебричній сумі реактивних потужностей окремих фаз

$$Q_{3\phi} = Q_a + Q_b + Q_c = U_a I_a \sin\varphi_a + U_b I_b \sin\varphi_b + U_c I_c \sin\varphi_c. \quad (4.17)$$

Для симетричного трифазного кола

$$Q_{3\phi} = 3U_{\phi}I_{\phi}\sin\varphi = \sqrt{3}U_{\text{л}}I_{\text{л}}\sin\varphi. \quad (4.18)$$

Відповідно, повна потужність симетричного трифазного кола визначається за формулою

$$S_{3\phi} = \sqrt{3}U_{\text{л}}I_{\text{л}}. \quad (4.19)$$

Основні положення. У симетричному трифазному колі сума миттєвих значень потужностей усіх трьох фаз – величина постійна, що важливо для нормальної роботи трифазних двигунів.

Активна, реактивна та повна потужності у трифазному колі дорівнюють відповідно сумі активних, реактивних та повних потужностей усіх трьох фаз.

4.5. Вимірювання потужності у трифазних колах

Вимірювання активної потужності у трифазному колі базується на реалізації співвідношень (4.14) за допомогою амперметрів, вольтметрів і фазометрів або ватметрів, що можливо за наявності доступу до нейтралі. На рис. 4.11 наведено схему вимірювання активної потужності в несиметричному трифазному колі з нульовим проводом за допомогою трьох ватметрів, яка придатна як для симетричного, так і несиметричного навантаження.

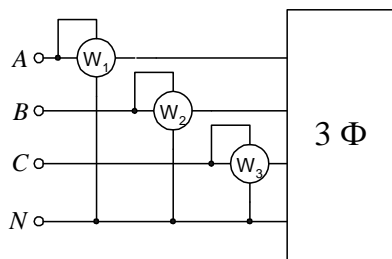


Рис. 4.11.

Розв'язання.

$$\dot{U} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi_u} = \frac{141}{\sqrt{2}} e^{j0^\circ} = 100 \text{ В};$$

$$X_L = \omega L = 5000 \cdot 12 \cdot 10^{-3} = 60 \text{ Ом};$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{10^6}{5000 \cdot 5} = 40 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z} = R + j(X_L - X_C) = 15 + j20 \text{ Ом} = \sqrt{15^2 + 20^2} \cdot e^{j\arctg(20/15)} = 25e^{j53^\circ} \text{ Ом};$$

$$\dot{i} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}} = \frac{100}{25e^{j53^\circ}} = 4e^{-j53^\circ} \text{ А};$$

$$i = 4\sqrt{2} \sin(5000t - 53^\circ) \text{ А}.$$

Комплексні вхідні напруга та струм зображені на рис. 3.28.

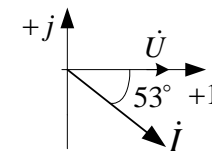


Рис. 3.28.

Приклад 3.4. Для схеми, представленої на рис. 3.29, відомо:

$R=50 \text{ Ом}; L=0,0191 \text{ Гн}; C=398 \text{ мкФ}; \omega=314 \text{ с}^{-1}; u=141\sin(\omega t+20^\circ)\text{В}.$

Визначити миттєві значення струму в колі, активну, реактивну і повну потужності та зобразити на комплексній площині вектори напруги та струму.

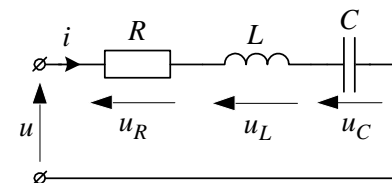


Рис. 3.29.

$$X_L = \omega L = 314 \cdot 0,0191 = 6 \text{ Ом};$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 \cdot 398 \cdot 10^{-6}} = 8 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z} = R + j(X_L - X_C) = 5 + j(6 - 8) = 5,38e^{-j21^\circ} \text{ Ом};$$

$$\dot{i} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}} = \frac{100e^{j20^\circ}}{5,38e^{-j21^\circ}} = 18,59e^{j41^\circ} \text{ А};$$

$$i = 18,59 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t + 41^\circ) = 26,2 \sin(314t + 41^\circ) \text{ А};$$

$$P = UI \cos \varphi = I^2 R = 18,59^2 \cdot 5 = 1727,94 \text{ Вт};$$

$$Q = UI \sin \varphi = I^2 X = 18,59^2 \cdot (6 - 8) = -691,18 \text{ вар};$$

$$S = UI = I^2 Z = 18,59^2 \cdot 5,38 = 1859,26 \text{ ВА}.$$

Вектори струму та напруги наведено на рис.3.30.

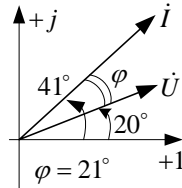


Рис.3.30.

Приклад 3.5. В електричному колі (рис. 3.31) напруга на резисторі $u_R = 100\sqrt{2} \sin \omega t$ В. Визначити комплексний опір \underline{Z} , миттєві значення струму i , напруги u на вході і на окремих елементах u_L , u_C , активну P , реактивну Q та повну S потужності, побудувати векторну діаграму напруг та часові залежності напруги й струму на вході схеми, якщо $R=10$ Ом; $X_L=10$ Ом; $X_C=20$ Ом.

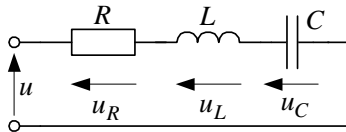


Рис. 3.31.

Розв'язання. Струм у колі визначаємо за відомим значенням напруги на резисторі. Миттєве значення струму має вигляд

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i).$$

Оскільки струм та напруга на резисторі співпадають за фазою

на кут $2\pi/3$.

Якщо трифазне електричне коло несиметричне, то при з'єднанні зіркою без нульового проводу між нейтральними точками генератора і споживача напруга не дорівнює нулю. Цю напругу можна знайти за методом вузлових напруг, що дає змогу обчислити струми у фазах. Якщо трифазне навантаження з'єднане трикутником, то його доцільно замінити еквівалентною зіркою.

4.4. Потужності трифазного кола

Миттєва потужність трифазного споживача дорівнює сумі миттєвих потужностей окремих фаз

$$P_{3\phi} = P_a + P_b + P_c = u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c. \quad (4.11)$$

Для симетричного трифазного кола

$$p_a = U_\phi I_\phi \cos \varphi - U_\phi I_\phi \cos(2\omega t - \varphi);$$

$$p_b = U_\phi I_\phi \cos \varphi - U_\phi I_\phi \cos\left(2\omega t - \frac{4\pi}{3} - \varphi\right); \quad (4.12)$$

$$p_c = U_\phi I_\phi \cos \varphi - U_\phi I_\phi \cos\left(2\omega t + \frac{4\pi}{3} - \varphi\right).$$

Підставивши (4.12) у (4.11), отримаємо для миттєвої потужності вираз

$$p_{3\phi} = 3U_\phi I_\phi \cos \varphi, \quad (4.13)$$

який вказує на важливу властивість: миттєва потужність споживача у симетричному трифазному колі, не залежить від часу. Такі трифазні кола дістали назву зрівноважених.

Активна потужність трифазного приймача дорівнює сумі активних потужностей окремих фаз

$$P_{3\phi} = P_a + P_b + P_c = U_a I_a \cos \varphi_a + U_b I_b \cos \varphi_b + U_c I_c \cos \varphi_c. \quad (4.14)$$

Зокрема, для симетричного трифазного кола

$$U_a = U_b = U_c = U_\phi; \quad I_a = I_b = I_c = I_\phi; \quad \varphi_a = \varphi_b = \varphi_c = \varphi.$$

Тоді

$$P_{3\phi} = 3U_\phi I_\phi \cos \varphi. \quad (4.15)$$

На практиці прийнято потужність трифазного кола виражати через лінійні струми та напруги. Оскільки при сполученні зіркою $I_\phi = I_\lambda$, $U_\phi = U_\lambda / \sqrt{3}$, а при сполученні трикутником $U_\phi = U_\lambda$, $I_\phi = I_\lambda / \sqrt{3}$, то

Симетричну трифазну систему ЕРС генератора, незалежно від способу з'єднання його фаз, можна розглядати або як систему фазних, або як систему лінійних напруг. Здебільшого джерела живлення працюють в режимі заданих напруг, тобто лінійні напруги залишаються незмінними при зміні струмів навантаження. При роботі джерела в режимі заданої напруги немає потреби зображати схему сполучення обмоток генератора, а достатньо задати систему лінійних напруг (рис. 4.9).

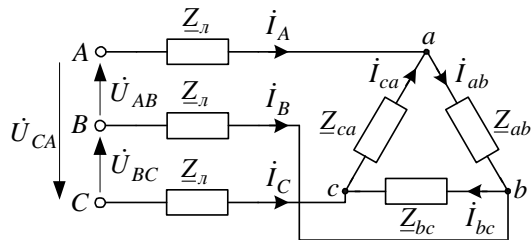


Рис. 4.9.

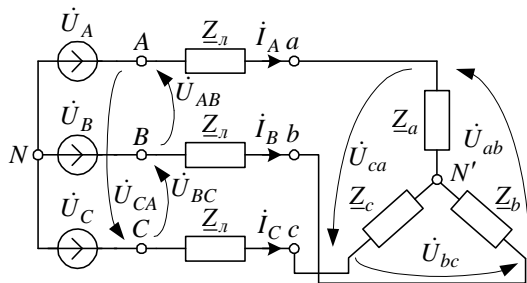


Рис. 4.10.

Визначивши лінійні струми i_A , i_B , i_C у відповідності з (4.7), (4.8), розрахуємо лінійні напруги приймача за формулами

$$\dot{U}_{ab} = Z_a \dot{i}_A - Z_b \dot{i}_B;$$

$$\dot{U}_{bc} = Z_b \dot{i}_B - Z_c \dot{i}_C;$$

$$\dot{U}_{ca} = Z_c \dot{i}_C - Z_a \dot{i}_A.$$

Фазні струми у трикутнику визначаються за формулами (4.9).

Основні положення. Важливою особливістю симетричних трифазних кіл є те, що їх розрахунок виконується для однієї фази, струми в решті фаз будуть такими ж за діючим значенням, але зсунені за фазою

($\varphi = \psi_u - \psi_i = 0$), то $\psi_i = 0$. Амплітуда струму

$$I_m = \frac{U_{R_m}}{R} = \frac{100\sqrt{2}}{10} = 14,1 \text{ A};$$

Отже $i = 14,1 \sin \omega t \text{ A}$.

Реактивний опір $X = X_L - X_C = -10 \text{ Ом}$.

Комплексний опір кола $Z = R + jX = 10 - j10 = 14,1e^{-j45^\circ} \text{ Ом}$.

Комплекс прикладеної напруги

$$\dot{U} = Z \dot{I} = 14,1e^{-j45^\circ} \cdot 10 = 141e^{-j45^\circ} \text{ В}.$$

Миттєве значення прикладеної напруги

$$u = 141\sqrt{2} \sin(\omega t - 45^\circ) \text{ В}.$$

Активна, реактивна та повна потужності

$$P = UI \cos \varphi = 141 \cdot 10 \cos 45^\circ = 996 \text{ Вт};$$

$$Q = UI \sin \varphi = -141 \cdot 10 \sin 45^\circ = -996 \text{ вар};$$

$$S = UI = 141 \cdot 10 = 1410 \text{ В} \cdot \text{А}.$$

Напруга на індуктивній котушці

$$\dot{U}_L = jX_L \cdot \dot{I} = j10 \cdot 10 = 100e^{j90^\circ} \text{ В};$$

$$u_L = 141\sqrt{2} \sin(\omega t + 90^\circ) \text{ В}.$$

Напруга на конденсаторі

$$\dot{U}_C = -jX_C \cdot \dot{I} = -j20 \cdot 10 = 200e^{-j90^\circ} \text{ В};$$

$$u_C = 282\sqrt{2} \sin(\omega t - 90^\circ) \text{ В}.$$

Векторна діаграма напруг наведена на рис. 3.32а, а часові діаграми вхідної напруги та струму – на рис. 3.32б.

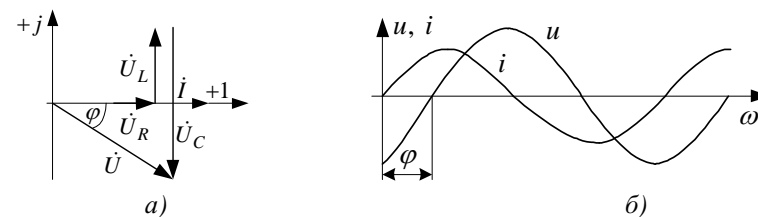


Рис. 3.32.

Приклад 3.6. Для електричного кола, схема якого представлена на рис. 3.33а, визначити миттєві значення струмів у вітках і напругу на паралельній ділянці, обчислити активну P , реактивну Q і комплексну \underline{S} потужності, якщо $U=220$ В; $R_1=2$ Ом; $R_2=3$ Ом; $R_3=8$ Ом; $X_{L_1}=6$ Ом;

$X_{L_2}=4$ Ом; $X_{C_3}=6$ Ом.

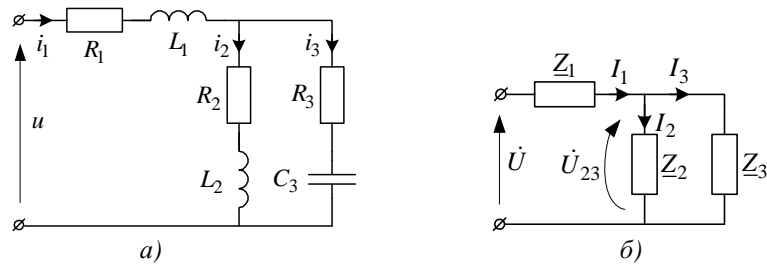


Рис. 3.33.

Знайдемо комплексні опори усіх трьох віток

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_{L_1} = 2 + j6 = 6,324e^{j71,67^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 + jX_{L_2} = 3 + j4 = 5e^{j53^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_3 = R_3 - jX_{C_3} = 8 - j6 = 10e^{-j37^\circ} \text{ Ом}.$$

Обчисливши комплексні опори віток, можна скласти комплексну заступну схему у вигляді, зображеному на рис. 3.28б. Зауважимо, що струми у вітках можуть бути знайдені будь-яким з розглянутих у розділі 2 методів. Застосуємо метод еквівалентних перетворень. Для цього обчислимо еквівалентний комплексний опір паралельних віток.

$$\underline{Z}_{23} = \frac{\underline{Z}_2 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = \frac{5e^{j53^\circ} \cdot 10e^{-j37^\circ}}{3 + j4 + 8 - j6} = 4,47e^{j26,33^\circ} = (4 + j2) \text{ Ом}.$$

Визначимо вхідний комплексний опір усього кола

$$\underline{Z}_e = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 = 2 + j6 + 4 + j2 = 6 + j8 = 10e^{j53^\circ} \text{ Ом}.$$

Тоді струм \dot{I}_1 на вході кола дорівнює

$$\dot{i}_1 = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_e} = \frac{220e^{j0^\circ}}{10e^{j53^\circ}} = 22e^{-j53^\circ} = (13,2 - j17,6) \text{ А}.$$

Визначаємо напругу на паралельних вітках

приймача.

До чотирипровідних трифазних ліній часто під'єднують однофазні споживачі, кожен з яких вмикають між затискачами однієї з фаз і нейтральним проводом, завдяки чому кожен споживач знаходиться під однаковою напругою. Це було б неможливим без наявності нульового проводу, оскільки у цьому випадку мало б місце зміщення нейтральної точки N' , як наслідок, напруги на приймачах різних фаз були б різними. Нейтральний провід забезпечує збереження симетрії фазних напруг несиметричного приймача. Таким чином, за наявності нейтрального проводу система фазних напруг приймача залишається практично симетричною, незалежно від опорів окремих фаз приймача, а зміна опорів приймача в одній фазі не впливає на роботу інших фаз приймача.

Розглянемо особливості розрахунку трифазних кіл при сполученні фаз джерела та приймача трикутником (рис.4.8).

При з'єднанні трикутником фазна напруга дорівнює лінійній. Фазні струми приймача визначаються за формулами

$$\dot{i}_{ab} = \frac{\dot{U}_{ab}}{\underline{Z}_{ab}}; \quad \dot{i}_{bc} = \frac{\dot{U}_{bc}}{\underline{Z}_{bc}}; \quad \dot{i}_{ca} = \frac{\dot{U}_{ca}}{\underline{Z}_{ca}}. \quad (4.9)$$

Залежність між лінійними та фазними струмами у загальному випадку визначається за першим законом Кірхгофа для кожного вузла

$$\dot{I}_A = \dot{i}_{ab} - \dot{i}_{ca}; \quad \dot{I}_B = \dot{i}_{bc} - \dot{i}_{ab}; \quad \dot{I}_C = \dot{i}_{ca} - \dot{i}_{bc}. \quad (4.10)$$

У симетричному трифазному колі при з'єднанні приймача трикутником діючі значення струмів фаз навантаження можна знайти, поділивши на $\sqrt{3}$ діючі значення лінійних струмів, тобто $I_\phi = I_l / \sqrt{3}$.

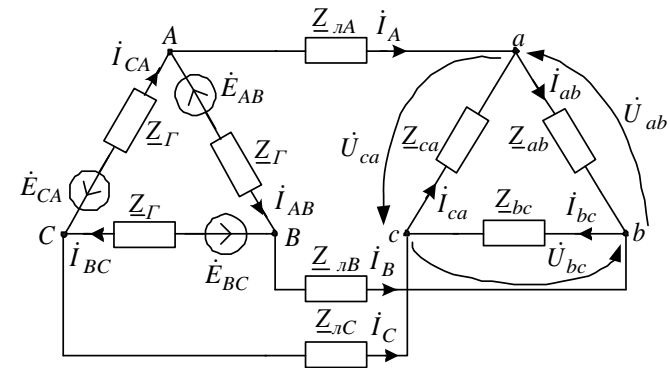


Рис. 4.8.

нейтральний провід відсутній, то у формулі (4.7) необхідно прийняти $\underline{Y}_N=0$.

Струми генератора, лінії та приймача визначаються за формулами

$$\begin{aligned} \dot{I}_A &= \dot{I}_a = \underline{Y}_A (\dot{E}_A - \dot{U}_{N'N}); \\ \dot{I}_B &= \dot{I}_b = \underline{Y}_B (\dot{E}_B - \dot{U}_{N'N}); \\ \dot{I}_C &= \dot{I}_c = \underline{Y}_C (\dot{E}_C - \dot{U}_{N'N}). \end{aligned} \quad (4.8)$$

Як випливає з формули (4.7), у випадку симетричного навантаження ($\underline{Y}_A=\underline{Y}_B=\underline{Y}_C$) напруга $\dot{U}_{N'N}$ дорівнює нулю і формули (4.8) збігаються з формулами (4.6).

Зауважимо, що з економічної доцільності завжди опори фаз генератора \underline{Z}_G і опори лінії \underline{Z}_l значно менші від опорів навантаження, а системи фазних та лінійних напруг генератора *симетричні*. З урахуванням цього на рис. 4.7 побудована векторна діаграма напруг для зображеної на рис. 4.6 схеми. При побудові прийнято, що $\underline{Z}_G \cong 0$, $\underline{Z}_l \cong 0$, отже точки $A-a$, $B-b$, $C-c$ збігаються на векторній діаграмі.

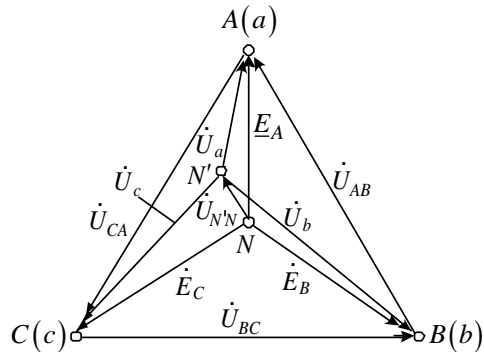


Рис. 4.7.

Із рис. 4.7 видно, що при симетричній системі лінійних напруг за наявності напруги між нейтральними точками приймача та генератора ($U_{N'N} \neq 0$) система фазних напруг приймача стає несиметричною. Таке явище називається *перекосом* напруг. При заданих значеннях опорів (провідностей) фаз приймача зменшення перекошу напруг можна досягнути, як видно з (4.7), за рахунок збільшення провідності \underline{Y}_N нейтрального проводу. Отже, призначення нейтрального проводу – *симетрувати* систему фазних напруг при довільних значеннях опорів

$$\dot{U}_{23} = \underline{Z}_{23} \dot{I}_1 = 22e^{-j53^\circ} \cdot 4,48e^{j26,66^\circ} = 98,56e^{-j26,33^\circ} = (88,4 - j44,3) \text{ В.}$$

Струми \dot{I}_2 та \dot{I}_3 знаходимо за законом Ома

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_{23}}{\underline{Z}_2} = \frac{98,56e^{-j26,66^\circ}}{5e^{j53^\circ}} = 19,7e^{-j79,1^\circ} = (3,5 - j19,9) \text{ А;}$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_{23}}{\underline{Z}_3} = \frac{98,56e^{-j26,66^\circ}}{10e^{-j37^\circ}} = 9,86e^{j10,34^\circ} = (9,7 + j1,7) \text{ А.}$$

Здійсимо перевірку за першим законом Кірхгофа

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 3,5 - j19,3 + 9,7 + j1,7 = (13,2 - j17,6) \text{ А.}$$

Комплексна потужність

$$\underline{S} = \dot{U} \cdot \dot{I}_1^* = 220 \cdot 22e^{j53^\circ} = 4840e^{j53^\circ} = (2913 + j3865) \text{ ВА.}$$

Отже $P=2913$ Вт; $Q=3865$ вар

Приклад 3.7. До електричного кола, схема якого зображена на рис.3.34, прикладена синусоїдна напруга $u=141\sin\omega t$ В. Визначити струми i_1, i_2, i_3 , їх діючі значення, активну потужність, яку споживає електричне коло, якщо: $R_1=R_2=2$ Ом; $X_{L_1}=5$ Ом; $X_{L_2}=2$ Ом; $X_C=2$ Ом.

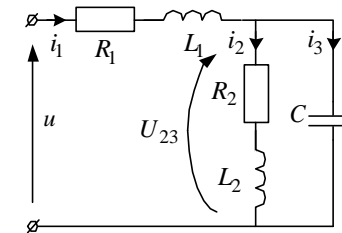


Рис. 3.34.

Розв'язання. Визначимо комплексні опори віток.

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_{L_1} = 2 + j5 = 5,385e^{j66^\circ} \text{ Ом;}$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 + jX_{L_2} = 2 + j2 = 2,83e^{j45^\circ} \text{ Ом;}$$

$$\underline{Z}_3 = -jX_C = -j2 = 2e^{-j90^\circ} \text{ Ом.}$$

Еквівалентний опір паралельних віток

$$\underline{Z}_{23} = \frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = \frac{2,83e^{j45^\circ} \cdot 2e^{-j90^\circ}}{2 + j2 - j2} = 2,83e^{-j45^\circ} = (2 - j2) \text{ Ом.}$$

Комплексний вхідний опір всього кола

$$\underline{Z}_e = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_{23} = 2 + j5 + 2 - j2 = 5e^{j37^\circ} \text{ Ом.}$$

Комплексна вхідна напруга

$$\dot{U} = Ue^{j\psi_u} = 100e^{j0^\circ} \text{ В.}$$

Струм \dot{I}_1 у нерозгалуженій частині кола

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_e} = \frac{100}{5e^{j37^\circ}} = 20e^{-j37^\circ} \text{ А.}$$

отже діюче значення $I_1=20$ А, а миттєве

$$i_1 = 28,2 \sin(\omega t - 37^\circ) \text{ В.}$$

Напруга на паралельно з'єднаних вітках

$$\dot{U}_{23} = \dot{U}_2 = \dot{U}_3 = \underline{Z}_{23} \dot{I}_1 = 2,83e^{-j45^\circ} \cdot 20e^{-j37^\circ} = 56,6e^{-j82^\circ} \text{ В.}$$

Струми у паралельних вітках

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_{23}}{\underline{Z}_2} = \frac{56,6e^{-j82^\circ}}{2,83e^{j45^\circ}} = 20e^{-j127^\circ} \text{ А;}$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_{23}}{\underline{Z}_3} = \frac{56,6e^{-j82^\circ}}{2e^{-j90^\circ}} = 2,83e^{j8^\circ} \text{ А;}$$

$$i_2 = 28,2 \sin(\omega t - 127^\circ) \text{ А;}$$

$$i_3 = 39,8 \sin(\omega t + 8^\circ) \text{ А.}$$

Активну потужність P визначимо як дійсну складову комплексної потужності

$$P = \text{Re}(\dot{U} \dot{I}_1^*) = \text{Re}(100 \cdot 20e^{j37^\circ}) = 1600 \text{ Вт.}$$

Приклад 3.8. Котушка індуктивності, яка має параметри $R=0,4$ Ом, $L=40 \cdot 10^{-3}$ Гн, і конденсатор ємністю $C=100$ мкФ з'єднані послідовно (рис. 3.35). Визначити резонансну частоту $\omega_{рез}$, добротність контура, вхідний опір, напруги на резисторі, котушці та конденсаторі, а також споживану активну потужність і реактивну потужність конденсатора в режимі резонансу при діючому значенні прикладеної напруги $U=10$ В.

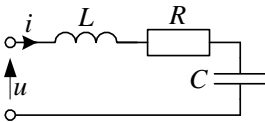


Рис. 3.35.

з'єднання у трифазних мережах є найбільш поширеним, тому таку схему можна розглядати як базову.

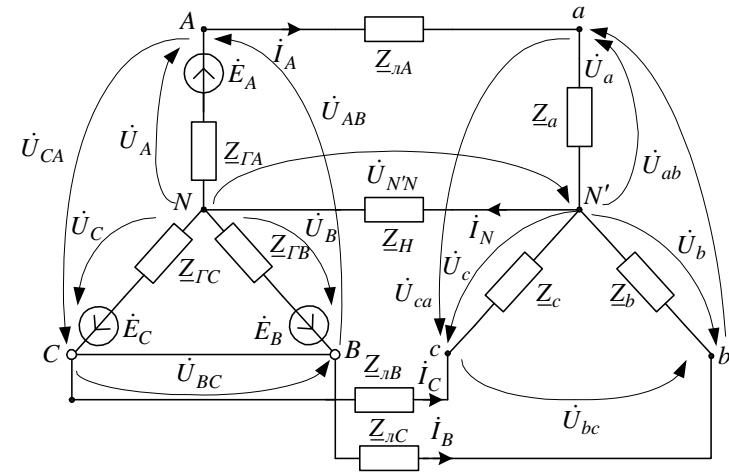


Рис. 4.6.

На рис. 4.6 позначено: $\dot{E}_A, \dot{E}_B, \dot{E}_C$ – система фазних ЕРС джерела; $\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}, \dot{U}_{ab}, \dot{U}_{bc}, \dot{U}_{ca}$ – системи лінійних напруг джерела та приймача відповідно; $\underline{Z}_{GA}, \underline{Z}_{GB}, \underline{Z}_{GC}, \underline{Z}_{LA}, \underline{Z}_{LB}, \underline{Z}_{LC}, \underline{Z}_a, \underline{Z}_b, \underline{Z}_c, \underline{Z}_N$ – комплексні опори фаз генератора, ліній, навантаження та нейтрального проводу відповідно; $\dot{I}_a, \dot{I}_b, \dot{I}_c, \dot{U}_a, \dot{U}_b, \dot{U}_c$ – системи фазних струмів та напруг приймача; \dot{I}_N – струм нейтрального проводу; $\dot{U}_{N'N}$ – напруга між нейтральними точками приймача та генератора.

Для розрахунку, зображеної на рис. 4.6 схеми, доцільно скористатись методом вузлових напруг, згідно з яким напруга між нульовими точками генератора та приймача визначається за формулою

$$\dot{U}_{N'N} = \frac{\underline{Y}_A \dot{E}_A + \underline{Y}_B \dot{E}_B + \underline{Y}_C \dot{E}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_N}, \quad (4.7)$$

де

$$\underline{Y}_A = \frac{1}{\underline{Z}_{GA} + \underline{Z}_{LA} + \underline{Z}_a}; \quad \underline{Y}_B = \frac{1}{\underline{Z}_{GB} + \underline{Z}_{LB} + \underline{Z}_b}; \quad \underline{Y}_C = \frac{1}{\underline{Z}_{GC} + \underline{Z}_{LC} + \underline{Z}_c}$$

комплексні провідності фаз;

\underline{Y}_N – комплексна провідність нейтрального проводу. Якщо

відповідним фазним напругам джерела (генератора чи вторинної обмотки трансформатора), тобто $\dot{U}_a = \dot{U}_A$, $\dot{U}_b = \dot{U}_B$, $\dot{U}_c = \dot{U}_C$. Якщо комплексні опори фаз приймача відповідно дорівнюють Z_a , Z_b , Z_c , то, прийнявши рівним нулю опір нейтрального проводу, отримаємо

$$\dot{I}_a = \frac{\dot{U}_a}{Z_a}; \quad \dot{I}_b = \frac{\dot{U}_b}{Z_b}; \quad \dot{I}_c = \frac{\dot{U}_c}{Z_c}. \quad (4.6)$$

У симетричному трифазному колі ($Z_a = Z_b = Z_c = Z$) при з'єднанні фаз генератора зіркою лінійні напруги (\dot{U}_{AB} , \dot{U}_{BC} , \dot{U}_{CA}) за модулем в $\sqrt{3}$ разів більші від фазних (\dot{U}_A , \dot{U}_B , \dot{U}_C), тобто

$$U_l = \sqrt{3}U_\phi,$$

а діючі значення лінійних струмів (\dot{I}_A , \dot{I}_B , \dot{I}_C) дорівнюють діючим значенням фазних струмів

$$I_l = I_\phi.$$

Якщо трифазне коло симетричне, то струми \dot{I}_A , \dot{I}_B , \dot{I}_C будуть однакові за діючим значенням і відставатимуть за фазою від відповідних напруг на однаковий кут φ (рис. 4.5), величина якого визначається комплексним опором навантаження Z . Векторна діаграма напруг та струмів зображена на рис. 4.5. За першим законом Кірхгофа струм у нульовому провіднику

$$I_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0,$$

звідки випливає, що при симетричному навантаженні нульовий провід не потрібний. Очевидно, що у цьому випадку достатньо знайти струм в одній фазі, решта струмів будуть зсунені за фазою на 120° .

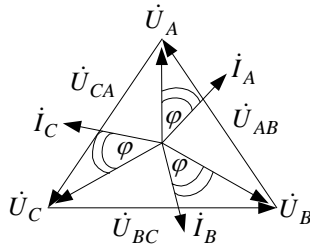


Рис. 4.5.

Розглянемо особливості розрахунку несиметричних трифазних кіл при з'єднанні джерела та приймача зіркою (рис. 4.6). Такий спосіб

Розв'язання.

Резонансна частота визначається за формулою

$$\omega_{рез} = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{40 \cdot 10^{-3} \cdot 100 \cdot 10^{-6}}} = 500 \text{ с}^{-1}.$$

Добротність контура

$$Q = \frac{\omega_{рез} L}{R} = \frac{500 \cdot 40 \cdot 10^{-3}}{0,4} = 50.$$

Вхідний опір при резонансі

$$Z_{вх} = R + j\omega_{рез}L + \frac{1}{j\omega_{рез}C} = 0,4 + j500 \cdot 40 \cdot 10^{-3} - j\frac{1}{100 \cdot 10^{-6} \cdot 500} = 0,4 \text{ Ом.}$$

Струм у контурі в режимі резонансу

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z_{вх}} = \frac{10e^{j0^\circ}}{0,4} = 25 \text{ А.}$$

Напруги за умови резонансу на резисторі, котушці та конденсаторі, відповідно

$$\dot{U}_R = R\dot{I} = 0,4 \cdot 25e^{j0^\circ} = 10e^{j0^\circ} \text{ В;}$$

$$\dot{U}_L = j\omega_{рез}L\dot{I} = j20 \cdot 25e^{j0^\circ} = 500e^{j90^\circ} \text{ В;}$$

$$\dot{U}_C = \frac{1}{j\omega_{рез}C}\dot{I} = -j20 \cdot 25e^{j0^\circ} = 500e^{-j90^\circ} \text{ В.}$$

Активна потужність

$$P = RI^2 = UI = 10 \cdot 25 = 250 \text{ Вт.}$$

Реактивна потужність конденсатора

$$Q_C = I^2 X_C = 25^2 \cdot \frac{1}{500 \cdot 100 \cdot 10^{-6}} = 12500 \text{ вар.}$$

Приклад 3.9. Активні втрати в лінійній котушці індуктивності складають $P=0,625$ Вт при напрузі $U=12,75$ В і діючому значенні струму $I=0,25$ А.

Визначити добротність Q котушки та величину ємності C конденсатора, який необхідно увімкнути послідовно до котушки індуктивності, щоб при частоті 500 Гц в колі мав місце резонанс напруг.

Розв'язання.

Активний опір котушки

$$R = \frac{P}{I^2} = \frac{0,625}{0,25^2} = 10 \text{ Ом.}$$

Повний опір котушки

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{12,75}{0,25} = 51 \text{ Ом.}$$

Реактивний опір котушки

$$X_L = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{51^2 - 10^2} = 50 \text{ Ом.}$$

Добротність котушки

$$Q = \frac{X_L}{R} = \frac{50}{10} = 5.$$

З умови резонансу напруг

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$

знаходимо величину ємності конденсатора

$$C = \frac{1}{X_L \cdot \omega} = \frac{1}{50 \cdot 2\pi \cdot 500} = 6,37 \cdot 10^{-6} \text{ Ф.}$$

Приклад 3.10. Визначити величину ємності C , при якій в колі має місце резонанс напруг, а також струми у вітках електричного кола (рис. 3.36), якщо $R_1=2,7$ Ом, $R_2=3$ Ом, $L=0,286$ мГн. Діюче значення підведеної напруги $U=30$ В, частота $f=500$ Гц.

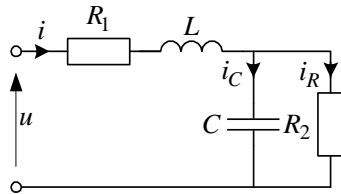


Рис. 3.36.

Розв'язання.

Запишемо вираз для вхідного опору

$$\underline{Z}_{\text{вх}} = R_1 + jX_L - j \frac{R_2 X_C}{R_2 - jX_C} = R_1 + jX_L + \frac{R_2 X_C^2}{R_2^2 + X_C^2} - j \frac{R_2 X_C}{R_2^2 + X_C^2} = R_{\text{вх}} + jX_{\text{вх}}.$$

При резонансі напруг реактивна складова вхідного опору дорівнює нулю, тобто

$$X_{\text{вх}} = X_L - \frac{R_2 X_C}{R_2^2 + X_C^2} = 0 \quad \text{або} \quad X_L X_C^2 - R_2^2 X_C + R_2^2 X_L = 0.$$

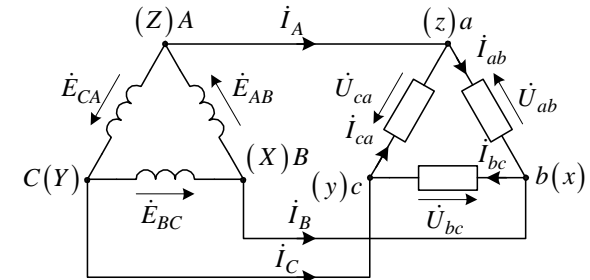


Рис. 4.4.

Способи з'єднання фаз джерел і приймачів не залежать один від одного. В одному і тому ж колі можуть застосовуватись джерела живлення та приймачі з різними способами з'єднання. Отже, якщо з генератором з'єднане лише одне трифазне навантаження, можуть існувати з'єднання “зірка-трикутник” та “трикутник-зірка”.

Основні положення. Існують два способи з'єднання фаз генератора та навантаження у трифазних колах: зіркою і трикутником. У трифазному колі розрізняють фазні та лінійні напруги і струми. Співвідношення між ними визначається способом з'єднання. Спосіб з'єднання фаз приймача не залежить від способу з'єднання фаз генератора.

Фазна напруга – це напруга між початком і кінцем однієї фази, а лінійна – між початками різних фаз. Фазні струми – це струми у фазах навантаження чи генератора, а лінійні – це струми у лінійних проводах.

При з'єднанні зіркою трифазна мережа може бути три- або чотирипровідною. Важливою перевагою чотирипровідної лінії є те, що зміна навантаження в одній фазі не впливає на роботу інших фаз, тому що нейтральний провід забезпечує незмінність напруг на них.

4.3. Розрахунок трифазних кіл

Трифазні кола формально нічим не відрізняються від складних однофазних. Для їх аналізу придатні всі методи розрахунку складних електричних кіл. Проте, враховуючи характер процесів, що відбуваються в окремих частинах трифазних кіл, можна суттєво зменшити обсяг розрахунків і тим самим спростити їх аналіз.

Розглянемо трифазне коло, в якому фази генератора і приймача з'єднані зіркою з нульовим проводом (рис. 4.3). Зазвичай, опори проводів значно менші від опорів фаз приймача, тому їх можна в багатьох випадках не враховувати. Тоді фазні напруги споживача будуть дорівнювати

– від джерела до приймача, а в нейтральному проводі – від нейтральної точки приймача до нейтральної точки джерела. Лінійні напруги (ЕРС) визначаються як різниці фазних напруг

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B; \quad \dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C; \quad \dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A, \quad (4.5)$$

а їх додатні напрями (як різниця двох векторів) спрямовані, відповідно, від другого індексу до першого.

Трифазну лінію з нейтральним проводом називають чотирипровідною, а без нього – трипровідною. На зображеній на рис. 4.3 схемі електричного кола фази генератора та приймача з'єднанні зіркою. Таку схему називають “зірка-зірка” з нульовим проводом.

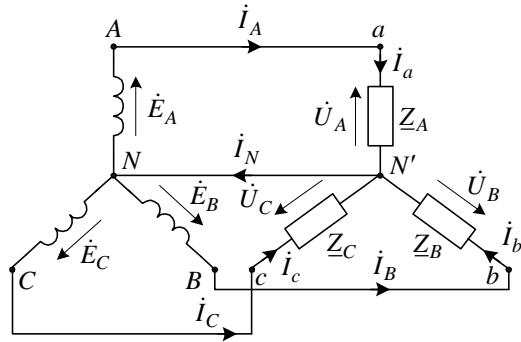


Рис. 4.3.

З'єднання обмоток генератора трикутником передбачає, що кінець першої обмотки з'єднується з початком другої, кінець другої – з початком третьої, а кінець третьої – з початком першої. Таким чином, три фази утворюють замкнений трикутник. За такою ознакою формується сполучення трикутником і приймача. Спільні точки кожної пари фаз з'єднуються з навантаженням за допомогою лінійних проводів (рис. 4.4). Таке з'єднання називають “трикутник-трикутник”. Додатний напрям струмів у вітках трикутника приймача будемо вибирати у напрямі $abca$. Таким чином, на відміну від зірки, струм у трикутнику позначають літерою з двома індексами, які вказують на умовно додатні напрями струму. Наприклад, позначення \dot{I}_{ab} означає, що додатний напрям струму від точки “a” до точки “b”.

Слід зауважити, що з'єднання обмоток генератора трикутником не є коротким замиканням, оскільки при симетричній системі ЕРС їх сума в контурі дорівнює нулю, тому, якщо до вершин ABC трикутника не під'єднане навантаження, то по обмотках генератора струм не протікає.

Підставимо числові значення

$$X_L = \omega L = 2\pi \cdot 500 \cdot 0,286 \cdot 10^{-3} = 0,9 \text{ Ом};$$

$$0,9X_C^2 - 9X_C + 8,1 = 0.$$

Звідси знаходимо

$$X_{C1} = 9 \text{ Ом}; \quad X_{C2} = 1 \text{ Ом};$$

$$C_1 = 35,33 \text{ мкФ}; \quad C_2 = 318 \text{ мкФ}.$$

Струми визначимо для $X_C = 1 \text{ Ом}$.

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}} = \frac{U}{R_{\text{ex}}} = \frac{U}{R_1 + \frac{R_2 X_C^2}{R_2^2 + X_C^2}} = \frac{30}{2,7 + \frac{3 \cdot 1}{9 + 1}} = 10 \text{ А};$$

$$i = 10\sqrt{2} \sin 3142t \text{ А};$$

$$\dot{U}_C = \dot{I} \frac{-jR_2 X_C}{R_2 - jX_C} = 10 \frac{3 \cdot e^{-j90^\circ}}{3 - j1} = \frac{30e^{-j90^\circ}}{3,16e^{-j18,44^\circ}} = 9,49e^{-j71,56^\circ} \text{ В}.$$

$$\dot{I}_C = \frac{I \cdot R_2}{R_2 - jX_C} = \frac{30}{3,16e^{-j18,44^\circ}} = 9,49e^{j18,44^\circ} \text{ А};$$

$$i_C = 9,49\sqrt{2} \sin(3142t + 18,44^\circ) \text{ А};$$

$$\dot{I}_R = \frac{I \cdot (-jX_C)}{R_2 - jX_C} = \frac{10 \cdot e^{-j90^\circ}}{3,16e^{-j18,44^\circ}} = 3,16e^{-j71,56^\circ} \text{ А};$$

$$i_R = 3,16\sqrt{2} \sin(3142t - 71,56^\circ) \text{ А}.$$

3.11. Контрольні запитання

1. Якими величинами однозначно визначається синусоїдно змінна електрична величина?
2. В яких одиницях вимірюється кутова частота ω синусоїдної напруги?
3. Який зв'язок між частотою f змінного струму, вираженою в герцах, та кутовою частотою ω ?
4. Який зв'язок між кутовою частотою ω та періодом змінного струму T ?
5. Як визначити діюче значення синусоїдного струму?
6. Яке співвідношення між діючим і амплітудним значеннями струму?
7. Які елементи електричного кола називаються реактивними? Чому вони так називаються?

8. Як визначаються реактивні опори котушки та конденсатора?
9. Який зв'язок між напругою та струмом ідеальної котушки індуктивності?
10. Який зв'язок між напругою та струмом ідеального конденсатора?
11. Як визначити параметри заступної схеми котушки індуктивності?
12. Який кут зсуву фаз між напругою та струмом: а) резистора? б) котушки індуктивності? в) конденсатора?
13. В чому полягає суть символічного методу розрахунку електричних кіл синусоїдного струму?
14. В чому переваги представлення синусоїдних електричних величин комплексними числами?
15. Чи справедливі закони Ома і Кірхгофа для діючих значень струмів та напруг?
16. Які є способи представлення комплексної напруги та струму?
17. Як визначається повний комплексний опір двополосника?
18. Як можна визначити кут φ зсуву фаз між напругою та струмом двополосника?
19. Який характер може мати повний комплексний опір пасивного двополосника?
20. Як визначити еквівалентну провідність двополосника та її складові, якщо відомий комплексний опір?
21. Як обчислити енергію, яка виділяється у вигляді тепла при протіканні струму через резистор з параметром R ?
22. Що характеризує миттєва потужність двополосника і як вона визначається?
23. Які енергетичні процеси характеризує активна та реактивна потужності?
24. Як визначити активну, реактивну та повну потужності пасивного двополосника?
25. Як визначити активну, реактивну та повну потужності джерела електричної енергії?
26. Як скласти рівняння балансу потужностей в електричному колі синусоїдного струму?
27. Як визначити повну комплексну потужність пасивного двополосника, якщо відомі його струм та напруга у комплексній формі?
28. Як обчислити покази ватметра, увімкненого в електричне коло синусоїдного струму?
29. Як і для чого прагнуть підвищувати коефіцієнт потужності ($\cos \varphi$) в електричних мережах змінного струму?
30. Який режим електричного кола змінного струму називається резонансним?

цьому випадку система струмів і напруг буде також симетричною. Такий режим трифазного кола називається *симетричним*.

Основні положення. Трифазна електрична мережа дає змогу удвічі зменшити кількість проводів при пересиланні електричної енергії, оскільки при симетричному навантаженні струм у нульовому проводі не протікає і лінія пересилання виконується трипровідною, отже трифазна мережа забезпечує економічність пересилання електричної енергії. Крім того, вона дає змогу використовувати трифазні двигуни змінного струму.

Зазвичай, трифазні електричні кола працюють у симетричному режимі, проте можуть існувати несиметричні режими роботи.

Трифазна система ЕРС характеризується послідовністю чергування фаз. Розрізняють пряму, обернену і нульову послідовності.

4.2. Способи з'єднання фаз у трифазних колах

Якщо фази генератора електрично не з'єднані між собою, то вони утворюють, так звану, незв'язану трифазну систему. У цьому випадку кожна фаза генератора повинна з'єднуватися зі своїм приймачем двома проводами. Однак незв'язані трифазні кола не застосовуються на практиці внаслідок їх неекономічності, зумовленої великою кількістю проводів, які з'єднують генератор і споживачі.

Існують два основних способи з'єднання обмоток генератора, трансформатора та приймачів у трифазних колах: *зіркою* і *трикутником*. При цьому кількість проводів, що з'єднують генератор з навантаженням зменшується з шести до трьох або чотирьох. Вітки зірки та трикутника називаються *фазами*. Відповідно струми, напруги, потужності окремих фаз дістали назву фазних величин (I_{ϕ} , U_{ϕ} , E_{ϕ} , P_{ϕ} , Q_{ϕ} , S_{ϕ}).

З'єднання зіркою (рис. 4.3) передбачає, що кінці фаз генератора (споживача) об'єднуються в один вузол N , який називається *нейтральною точкою* або, просто, *нейтраллю*. Провід, що з'єднує нейтральні точки генератора (N) та приймача (N'), називається *нейтральним* (нульовим) проводом. Решта три проводи, які з'єднують генератор з приймачем, називають *лінійними*. Напруги між початками і кінцями кожної фази називаються *фазними*, а між початками фаз – *лінійними*. Напруги між лінійними проводами і струми в них називають лінійними напругами та струмами (\dot{U}_l , \dot{I}_l).

На електричній схемі трифазний генератор прийнято зображувати у вигляді трьох обмоток, розташованих під кутом 120° одна відносно іншої (рис. 4.3). Додатні напрями ЕРС фаз генератора прийнято спрямовувати від кінців фаз (X , Y , Z) до їх початків (A , B , C), струмів у лінійних проводах

$$\underline{a} = e^{j\frac{2\pi}{3}} = \frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad (4.2)$$

яку називають оператором трифазної системи. Множення вектора на \underline{a} рівноцінно його повороту на кут $2\pi/3$ проти годинникової стрілки без зміни його модуля. Очевидно, що

$$\underline{a}^2 = e^{j\frac{4\pi}{3}} = \frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}; \quad 1 + \underline{a} + \underline{a}^2 = 0.$$

Користуючись оператором \underline{a} , можна виразити ЕРС фаз B та C через ЕРС фази A

$$\dot{E}_B = \underline{a}^2 \dot{E}_A; \quad \dot{E}_C = \underline{a} \dot{E}_A. \quad (4.3)$$

Для трифазної системи важливо, в якій послідовності ЕРС фаз приймають однакові значення, наприклад, додатні максимуми. Цю послідовність називають порядком чергування фаз, або, просто, послідовністю фаз. При показаному на рис. 4.1 напрямі обертання ротора отримаємо послідовність $ABCA\dots$, що дістала назву *прямої послідовності*. Якщо змінити напрям обертання ротора на протилежний, то отримаємо послідовність $(ACBA\dots)$, яка називається *зворотною (оберненою) послідовністю*.

У симетричній трифазній системі ЕРС фаз можна представити як такі, що рівні за амплітудою і відстають за фазою одна відносно іншої на кути, які дорівнюють $2\pi k/3$, де $k=0, 1, 2$. При $k=1$ отримаємо симетричну систему прямої послідовності, в якій ЕРС досягають максимумів в порядку ABC , тобто

$$\dot{E}_A = \dot{E}; \quad \dot{E}_B = \underline{a}^2 \dot{E}_A; \quad \dot{E}_C = \underline{a} \dot{E}_A. \quad (4.4a)$$

При $k=2$ отримаємо симетричну систему зворотної послідовності

$$\dot{E}_A = \dot{E}; \quad \dot{E}_B = \underline{a} \dot{E}_A; \quad \dot{E}_C = \underline{a}^2 \dot{E}_A, \quad (4.4б)$$

в якій ЕРС фаз досягають максимумів в зворотному порядку.

При $k=0$ отримаємо систему нульової послідовності, в якій ЕРС усіх трьох фаз досягають максимумів одночасно. Її можна записати у вигляді

$$\dot{E}_A = \dot{E}_B = \dot{E}_C = \dot{E}. \quad (4.4в)$$

Все сказане стосовно ЕРС стосується також симетричних систем напруг та струмів. Відзначимо, що для симетричних систем прямої та зворотної послідовностей сума ЕРС усіх фаз дорівнює нулю, а для нульової послідовності – $3\dot{E}$.

Трифазне коло називають *симетричним*, якщо в ньому діє симетрична система ЕРС і комплексні опори усіх фаз є однаковими. У

31. У якому електричному колі має місце резонанс напруг, а в якому резонанс струмів?
32. Яка умова резонансу напруг?
33. Яка умова резонансу струмів?
34. Як визначається резонансна частота послідовного контура?
35. Як визначається резонансна частота паралельного контура?
36. Що називається характеристичним опором і як він визначається?
37. Що називається добротністю електричного контура і як вона визначається?
38. Який вигляд мають частотні характеристики струму в послідовному і паралельному контурах?
39. В чому суть явища взаємодукції?
40. Що характеризує взаємна індуктивність двох котушок?



4.1. Основні поняття та визначення

Сукупність кількох однофазних кіл, в яких діють ЕРС однакової частоти, зсунені за фазою одна відносно іншої і створювані одним джерелом енергії називають багатофазним електричним колом. Окремі частини цього кола називають *фазами*. Таким чином, поняття фази в електротехніці має два значення: аргумент $(\omega t + \psi)$ синусоїдно змінної величини (див. п. 3.1) і частина багатофазного електричного кола. В електроенергетиці широкого застосування набули трифазні кола (трифазні електричні машини, трифазні лінії електропередач тощо), які мають суттєві переваги в порівнянні з однофазними. Тепер майже вся електрична енергія виробляється за допомогою трифазних генераторів і передається до споживачів за допомогою трифазних електричних мереж. Від трифазної мережі живляться не тільки трифазні, але й однофазні споживачі. Характерною ознакою трифазного кола є наявність у ньому трифазного джерела, в якому діють синусоїдні ЕРС однієї частоти, які зсунені між собою за фазою на незмінний в часі кут. Сукупність ЕРС, які діють у трифазному електричному колі, називають трифазною системою ЕРС, а сукупність струмів і напруг у її фазах – трифазною системою струмів і напруг, відповідно. Трифазна система синусоїдних ЕРС (струмів) називається *симетричною*, якщо вони мають однакові амплітуди і зсунені між собою за фазою на однаковий кут $\alpha = 2\pi/3$.

Трифазне коло складається з трьох основних частин: джерела трифазної системи ЕРС, лінії пересилання та одного або кількох трифазних приймачів. Джерелом енергії у трифазному колі служить трифазний генератор, будова якого схематично показана на рис. 4.1. Для простоти кожна його обмотка (фаза) зображена у вигляді одного витка. Початки фаз на рисунку позначені літерами *A, B, C*, а кінці – *X, Y, Z*. Осі фаз статора розміщені у просторі одна відносно іншої під кутом $2\pi/3$. Під час обертання ротора, який є електромагнітом, що збуджується постійним струмом і створює близьке до синусоїдного магнітне поле, в нерухомих обмотках статора наводяться синусоїдні ЕРС, які мають однакові амплітуди. Оскільки обмотки статора зсунені в просторі на кут $2\pi/3$, то окремі ЕРС зсунені в часі за фазою на кут $2\pi/3$.

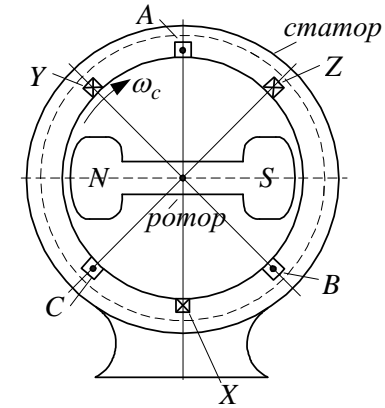


Рис. 4.1.

Таким чином, трифазна система ЕРС зображеного на рис. 4.1 модельного генератора, за умови обертання ротора за годинниковою стрілкою, запишеться у вигляді

$$e_A = E_{m_A} \sin \omega t; \quad e_B = E_{m_B} \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right); \quad e_C = E_{m_C} \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right). \quad (4.1)$$

Часові діаграми для симетричної ($E_{m_A} = E_{m_B} = E_{m_C} = E_m$) трифазної системи ЕРС зображені на рис. 4.2а, а відповідна векторна діаграма – на рис. 4.2б.

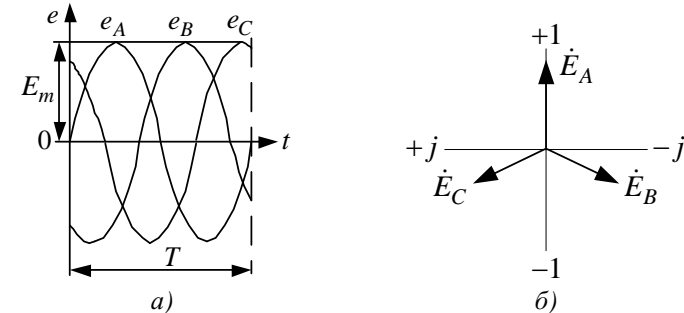


Рис. 4.2.

Для скорочення математичного запису комплексних значень напруг та струмів у трифазних колах застосовують комплексну величину

\underline{Y}_{21} – взаємна провідність між виходом та входом при $\dot{U}_1 = 0$.

Z – форма рівнянь чотириполюсника є дуальною до **Y** – форми рівнянь і визначає залежності напруг \dot{U}_1 та \dot{U}_2 від струмів \dot{I}_1 та \dot{I}_2 . Її можна отримати, якщо розв'язати рівняння (6.6) стосовно напруг \dot{U}_1 та \dot{U}_2 .

$$\dot{U}_1 = \underline{Z}_{11}\dot{I}_1 + \underline{Z}_{12}\dot{I}_2; \quad (6.8)$$

$$\dot{U}_2 = \underline{Z}_{21}\dot{I}_1 + \underline{Z}_{22}\dot{I}_2$$

або в матричній формі

$$\begin{Bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{Bmatrix} = \mathbf{Z} \begin{Bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{Bmatrix}, \quad (6.9)$$

де $\mathbf{Z} = \begin{Bmatrix} \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{12} \\ \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{22} \end{Bmatrix}$ – матриця **Z**-параметрів.

Всі коефіцієнти рівнянь (6.8) мають розмірності опорів, а їх фізична інтерпретація, може бути здійснена за аналогією з попередніми формами.

G – форма рівнянь чотириполюсника визначає залежності струму \dot{I}_1 та напруги \dot{U}_2 від струму \dot{I}_2 та напруги \dot{U}_1 . Вона має вигляд

$$\dot{I}_1 = \underline{G}_{11}\dot{U}_1 + \underline{G}_{12}\dot{I}_2; \quad (6.10)$$

$$\dot{U}_2 = \underline{G}_{21}\dot{U}_1 + \underline{G}_{22}\dot{I}_2$$

або в матричній формі

$$\begin{Bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{U}_2 \end{Bmatrix} = \mathbf{G} \begin{Bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_2 \end{Bmatrix}, \quad (6.11)$$

де $\mathbf{G} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix}$ – матриця **G** – параметрів.

Розмірності коефіцієнтів рівняння (6.10) та їх фізична інтерпретація визначається за аналогією з попередніми формами.

H – форма рівнянь чотириполюсника є дуальною до **G** – форми і визначає залежності напруги \dot{U}_1 та струму \dot{I}_2 від напруги \dot{U}_2 та струму \dot{I}_1 . Вона має вигляд

$$\dot{U}_1 = \underline{H}_{11}\dot{I}_1 + \underline{H}_{12}\dot{U}_2; \quad (6.12)$$

В залежності від характеру несиметрії комплексні опори \underline{Z}_A , \underline{Z}_B , \underline{Z}_C , \underline{Z}_N можуть приймати значення від нуля до безмежності. Наприклад, при відсутності контакту проводу лінії з нейтральним проводом (землею) (рис. 4.15) $\underline{Z}_N = \infty$, $\dot{I}_N = 0$; за наявності такого контакту $\underline{Z}_N = 0$, тоді $\dot{U}_N = 0$. При обриві лінійного проводу фази *A* (рис. 4.16) $\underline{Z}_A = \infty$, $\dot{I}_A = 0$, а $\underline{Z}_B = 0$ і $\underline{Z}_C = 0$, відповідно $\dot{U}_B = 0$ і $\dot{U}_C = 0$.

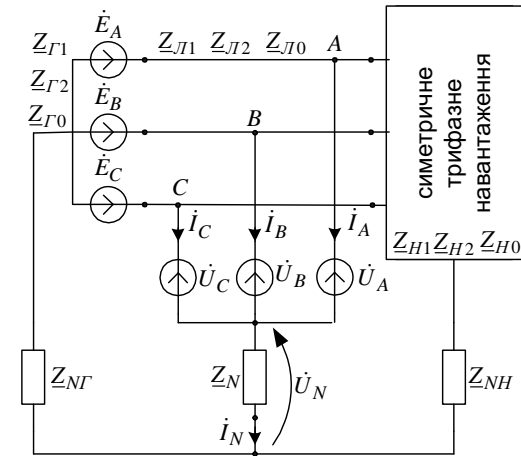


Рис. 4.15.

Надалі вилучаємо несиметричну ділянку трифазного кола і, користуючись теоремою компенсації, замінюємо її несиметричними джерелами напруг \dot{U}_A , \dot{U}_B , \dot{U}_C (рис. 4.15, рис. 4.17), значення яких не відомі.

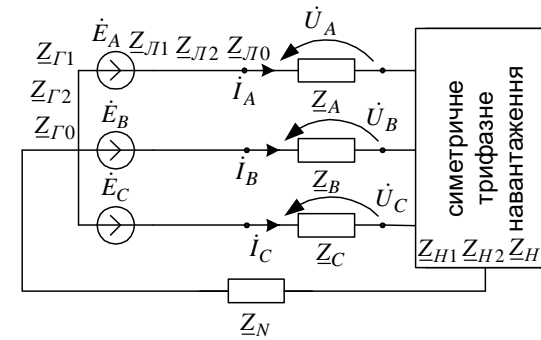


Рис. 4.16.

Наступним кроком необхідно за формулами (4.25) розкласти на симетричні складові усі ЕРС, струми та напруги, в тому числі й вищезазначені $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$. Розкладанню напруг на симетричні складові відповідає послідовне з'єднання джерел напруг окремих послідовностей.

Таким чином, на основі принципу накладання замість одного несиметричного трифазного кола розглядаються три симетричні трифазні кола. Це дає змогу розрахунок проводити лише для однієї фази за кожною послідовністю окремо із врахуванням того, що опори віток кола для різних послідовностей можуть бути різними. Як приклади, на рис. 4.18 показано схему для розрахунку прямої послідовності для випадку поперечної несиметрії, а на рис. 4.19 – для поздовжньої. Аналогічно будуються розрахункові схеми для зворотної послідовності.

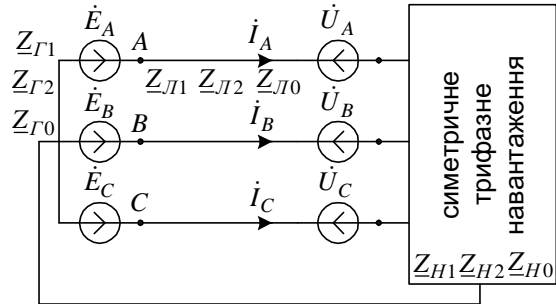


Рис. 4.17.

Оскільки струми нульової послідовності у всіх трьох фазах збігаються за фазою, то струм нейтрального проводу $\dot{I}_{N0} = 3\dot{I}_0$, а напруга на нейтральному проводі $\dot{U}_{N0} = 3Z_N\dot{I}_0$. Таким чином, для розрахунку струму \dot{I}_0 нульової послідовності в одній фазі необхідно до заступної схеми вводити потроєне значення опору нейтрального проводу. Відповідні розрахункові схеми нульової послідовності для поперечної несиметрії наведено на рис. 4.20а, а для поздовжньої – на рис. 4.20б. Після обчислення симетричних складових усіх струмів та напруг реальні струми та напруги несиметричного трифазного кола розраховують за формулами (4.24).

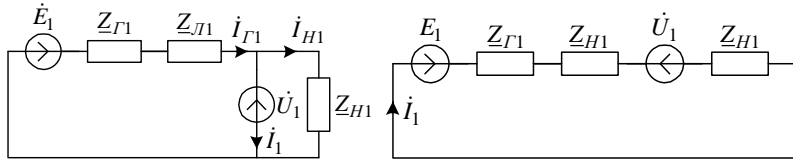


Рис. 4.18.

Рис. 4.19.

виході (у споживача) струму \dot{I}_2 та напруги \dot{U}_2 (тобто заданої потужності).

В-форма рівнянь чотириполюсника є дуальною до **А-форми**. Вона визначає залежності вихідних струму \dot{I}_2 та напруги \dot{U}_2 від вхідних струму \dot{I}_1 та напруги \dot{U}_1 , тобто при зміні напрямку пересилання енергії. Для отримання цієї форми рівнянь необхідно систему рівнянь (6.3) розв'язати стосовно \dot{U}_2 та \dot{I}_2 , змінивши при цьому напрями струмів \dot{I}_1 та \dot{I}_2 на протилежні. У результаті отримаємо **В-форму** рівнянь чотириполюсника

$$\dot{U}_2 = \underline{B}_{11}\dot{U}_2 + \underline{B}_{12}\dot{I}_2; \quad (6.4)$$

$$\dot{I}_2 = \underline{B}_{21}\dot{U}_2 + \underline{B}_{22}\dot{I}_2$$

або в матричній формі

$$\begin{pmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} = \mathbf{B} \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{pmatrix}, \quad (6.5)$$

де $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \underline{B}_{11} & \underline{B}_{12} \\ \underline{B}_{21} & \underline{B}_{22} \end{pmatrix}$ – квадратна матриця **В**-параметрів.

Y-форма рівнянь чотириполюсника визначає залежності струмів \dot{I}_1 та \dot{I}_2 від напруг \dot{U}_1 та \dot{U}_2 . Її можна отримати, якщо розв'язати рівняння **А-форми** стосовно струмів \dot{I}_1 та \dot{I}_2

$$\dot{I}_1 = \underline{Y}_{11}\dot{U}_1 + \underline{Y}_{12}\dot{U}_2; \quad (6.6)$$

$$\dot{I}_2 = \underline{Y}_{21}\dot{U}_1 + \underline{Y}_{22}\dot{U}_2$$

або в матричній формі

$$\begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} = \mathbf{Y} \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{pmatrix}, \quad (6.7)$$

де $\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{12} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{22} \end{pmatrix}$ – матриця **Y**-параметрів.

Очевидно, що всі коефіцієнти рівнянь (6.6) мають розмірності провідностей. Відповідно фізична інтерпретація коефіцієнтів наступна: \underline{Y}_{11} – вхідна провідність при $U_2 = 0$; \underline{Y}_{22} – вихідна провідність при $U_1 = 0$; \underline{Y}_{12} – взаємна провідність між входом та виходом при $U_2 = 0$;

напруги \dot{U}_1 та струму \dot{I}_1 від вихідної напруги \dot{U}_2 та струму \dot{I}_2

$$\dot{U}_1 = \underline{A}_{11}\dot{U}_2 + \underline{A}_{12}\dot{I}_2; \quad (6.1)$$

$$\dot{I}_1 = \underline{A}_{21}\dot{U}_2 + \underline{A}_{22}\dot{I}_2$$

або у матричній формі

$$\begin{Bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{Bmatrix} = \mathbf{A} \begin{Bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{Bmatrix}, \quad (6.2)$$

де $\mathbf{A} = \begin{Bmatrix} \underline{A}_{11} & \underline{A}_{12} \\ \underline{A}_{21} & \underline{A}_{22} \end{Bmatrix}$ – квадратна матриця \mathbf{A} -параметрів, в якій: \underline{A}_{11} , \underline{A}_{22} –

безрозмірні коефіцієнти; \underline{A}_{12} – має розмірність опору; \underline{A}_{21} – має розмірність провідності.

Коефіцієнтам чотириполюсника можна надати фізичну інтерпретацію:

$$\underline{A}_{11} = \frac{\dot{U}_{10}}{\dot{U}_{20}} \text{ – комплексний коефіцієнт передачі напруги при } \dot{I}_2 = 0$$

(неробочий режим);

$$\underline{A}_{22} = \frac{\dot{I}_{1k}}{\dot{I}_{2k}} \text{ – комплексний коефіцієнт передачі струму при } \dot{U}_2 = 0$$

(коротке замикання);

$$\underline{A}_{12} = \frac{\dot{U}_{1k}}{\dot{I}_{2k}} \text{ – комплексний взаємний опір між входом та виходом}$$

при $\dot{U}_2 = 0$;

$$\underline{A}_{21} = \frac{\dot{I}_{10}}{\dot{U}_{20}} \text{ – комплексна взаємна провідність між входом та}$$

виходом при $\dot{I}_2 = 0$.

У деяких підручниках застосовується інше позначення коефіцієнтів \mathbf{A} -форми рівнянь чотириполюсника

$$\underline{A}_{11} = \underline{A}, \quad \underline{A}_{12} = \underline{B}, \quad \underline{A}_{21} = \underline{C}, \quad \underline{A}_{22} = \underline{D}.$$

Відповідно рівняння чотириполюсника мають вигляд

$$\dot{U}_1 = \underline{A}\dot{U}_2 + \underline{B}\dot{I}_2 \quad (6.3)$$

$$\dot{I}_1 = \underline{C}\dot{U}_2 + \underline{D}\dot{I}_2$$

\mathbf{A} -форма рівнянь є найбільш поширеною для аналізу в системах пересилання електричної енергії. Вона дозволяє визначити струм \dot{I}_1 та напругу \dot{U}_1 на вході чотириполюсника, які необхідні для забезпечення на

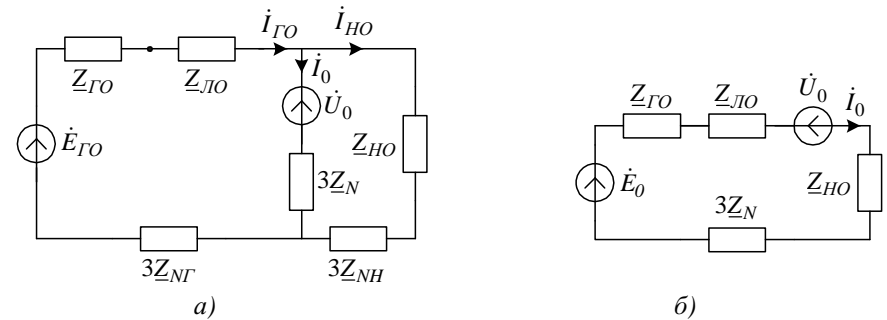


Рис. 4.20.

Комплексна потужність трифазного кола $\underline{S}_{3\phi}$ визначається як сума комплексних потужностей окремих послідовностей

$$\underline{S}_{3\phi} = 3\dot{U}_1\dot{I}_1^* + 3\dot{U}_2\dot{I}_2^* + 3\dot{U}_0\dot{I}_0^*. \quad (4.28)$$

Основні положення. Аналіз несиметричних трифазних кіл може бути здійснений методом симетричних складових. Суть його полягає в тому, що несиметричні системи ЕРС, напруг, струмів розкладають на три симетричні складові: прямої, оберненої і нульової послідовностей, і розрахунки виконуються для кожної складової окремо. Це дає змогу звести розрахунок несиметричного трифазного кола до розрахунку трьох симетричних кіл. Метод симетричних складових має в своїй основі принцип накладання, а значить, може бути застосований лише для лінійних трифазних кіл.

4.7. Приклади розв'язування задач

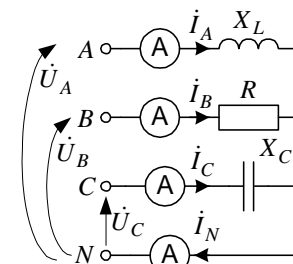


Рис. 4.21.

Прийнявши початкову фазу напруги фази А рівною нулю, визначаємо струми.

Приклад 4.1. Визначити опори навантаження і струм у нульовому проводі (рис. 4.21), якщо $U_{\phi} = 380$ В, $I_{\phi} = 2$ А, $X_L = X_C = R$.

Розв'язання.

$$X_L = X_C = R = \frac{U_{\phi}}{I_{\phi}} = \frac{380}{\sqrt{3} \cdot 2} = 110 \text{ Ом.}$$

$$i_A = \frac{\dot{U}_A}{jX_L} = \frac{220e^{j0^\circ}}{j110} = -j2 = 2e^{-j90^\circ} \text{ A};$$

$$i_B = \frac{\dot{U}_B}{R} = \frac{220e^{-j120^\circ}}{110} = 2e^{-j120^\circ} \text{ A};$$

$$i_C = \frac{\dot{U}_C}{jX_C} = \frac{220e^{j120^\circ}}{110e^{-j90^\circ}} = 2e^{-j150^\circ} \text{ A};$$

$$i_N = i_A + i_B + i_C = 2e^{-j90^\circ} + 2e^{-j120^\circ} + 2e^{-j150^\circ} = -2,73 - j4,73 = 5,46e^{-j120^\circ} \text{ A}.$$

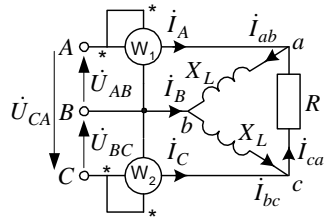


Рис. 4.22.

Розв'язання.

$$I_{ab} = I_{bc} = I_{ca} = I_\phi = 10 \text{ A}; \quad R = X_L = \frac{U_\phi}{I_\phi} = 22 \text{ Ом}.$$

Запишемо комплексні лінійні напруги у вигляді

$$\dot{U}_{AB} = 220e^{j0^\circ} \text{ В}; \quad \dot{U}_{BC} = 220e^{-j120^\circ} \text{ В}; \quad \dot{U}_{CA} = 220e^{j120^\circ} \text{ В}.$$

Комплексні фазні струми визначаємо за формулами (4.9).

$$i_{ab} = \frac{\dot{U}_{AB}}{\dot{Z}_{ab}} = \frac{220e^{j0^\circ}}{jX_L} = -j10 = 10e^{-j90^\circ} \text{ A};$$

$$i_{bc} = \frac{\dot{U}_{BC}}{\dot{Z}_{bc}} = \frac{220e^{-j120^\circ}}{jX_L} = -10e^{-j120^\circ} e^{-j90^\circ} = 10e^{-j210^\circ} = 10e^{j150^\circ} \text{ A};$$

$$i_{ca} = \frac{\dot{U}_{CA}}{\dot{Z}_{ca}} = \frac{220e^{j120^\circ}}{R} = 10e^{j120^\circ} \text{ A}.$$

Для визначення показів ватметрів розрахуємо лінійні струми за формулами (4.10)

$$i_A = i_{ab} - i_{ca} = -j10 - 10e^{j120^\circ} = 5 - j18,65 = 19,3e^{-j75^\circ} \text{ A};$$

Приклад 4.2. Діючі значення струмів у фазах навантаження рівні між собою і дорівнюють $I_\phi = 10 \text{ A}$, напруга живлення симетрична, $U_\phi = 220 \text{ В}$ (рис. 4.22). Визначити покази ватметрів. Як зміняться ці покази при розриванні лінійного проводу фази А?

1-1' дорівнює вхідному опоріві $Z_{2ex} = \frac{\dot{U}_2}{I_2}$ стосовно полюсів 2-2', тобто

$Z_{1ex} = Z_{2ex}$, називається симетричним, а якщо $Z_{1ex} \neq Z_{2ex}$ – несиметричним.

Чотириполюсники, що містять в собі керовані елементи (електронні та напівпровідникові прилади) називаються керованими.

Якщо параметри чотириполюсника не залежать від параметрів схем, що під'єднані до його зовнішніх полюсів, то такий чотириполюсник називається автономним, а якщо залежать – неавтономним.

Для прохідного чотириполюсника залежності між двома напругами та двома струмами, що визначають режими його роботи, можуть бути записані в різних формах. Якщо пара із вказаних величин є заданими, то дві другі величини будуть пов'язані з ними системою двох рівнянь, які називають рівняннями чотириполюсника. Коефіцієнти рівнянь чотириполюсника називаються його параметрами.

Як буде показано нижче (п. 6.8), користуючись теоремою компенсації, активний чотириполюсник завжди можна однозначно звести до еквівалентного пасивного із зовні винесеними додатковими джерелами. Тому спочатку розглянемо основні властивості та методи аналізу пасивних чотириполюсників.

Основні положення. Чотириполюсник – це частина електричного кола довільної складності, яка має два вхідні і два вихідні зажимки (полюси). Найбільш поширеними серед багатопольсних елементів є чотириполюсники. Вони поділяються на: активні і пасивні; симетричні і несиметричні; взаємні і невзаємні; автономні неавтономні; лінійні і нелінійні.

6.2. Рівняння прохідних пасивних чотириполюсників

Рівняння двополюсника може бути записане або у формі $\dot{I} = \underline{Y}\dot{U}$, яка є зручною для користування при паралельному сполученні двополюсників, або у формі $\dot{U} = \underline{Z}\dot{I}$, яка є зручною для користування при послідовному сполученні двополюсників. Прохідні чотириполюсники дозволяють здійснити значно більшу кількість комбінацій попарних сполучень, а саме – шість, для яких утворені відповідні форми рівнянь чотириполюсників, які є найбільш ефективними під час розрахунку схем, що складаються з прохідних чотириполюсників. Розглянемо ці форми.

A –форма рівнянь чотириполюсника визначає залежності вхідної

використовувати символічний метод. Розглянемо основні поняття та визначення, що стосуються чотириполосників.

На рис. 6.1 наведено загальноприйняті позначення полюсів (затискачів), напрямів струмів та напруг чотириполосника, а саме: 1–1' – вхідні полюси; 2–2' – вихідні полюси; I_1 та I_1' – струми вхідних полюсів; I_2 та I_2' – струми вихідних полюсів; U_1 та U_2 – напруги між вхідними та вихідними полюсами, відповідно. Зауважимо, що тут прийняте, так зване, несиметричне позначення напрямів струмів: струм I_1 входить у чотириполосник, а I_2 – виходить.

Чотириполосник, для якого виконується перший закон Кірхгофа окремо для входу ($I_1 - I_1' = 0$) та окремо для виходу ($I_2 - I_2' = 0$), називається прохідним чотириполосником. Надалі обмежимося розглядом лише прохідних чотириполосників, які найбільше поширені в техніці.

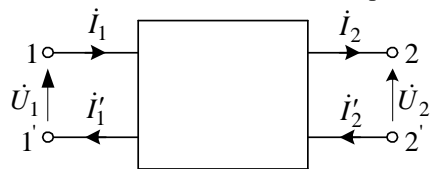


Рис. 6. 1.

Чотириполосники, як і двополосники, поділяються на пасивні та активні. Якщо струм $I_1 \neq 0$ при короткому замиканні полюсів 1-1' або струм $I_2' \neq 0$ при короткому замиканні полюсів 2-2', то такий чотириполосник є активним. Рівнозначною умовою є наявність напруг між полюсами 1-1' або 2-2' при відсутності струмів $I_1' = 0$, $I_2 = 0$ (неробочий режим).

Чотириполосник, у якого взаємна провідність $Y_{12} = \frac{I_1}{U_2}$ між входом

та виходом дорівнює взаємній провідності $Y_{21} = \frac{I_2}{U_1}$ між виходом та

входом, тобто $Y_{12} = Y_{21}$, називається *взаємним*, а якщо $Y_{12} \neq Y_{21}$ – *невзаємним*.

Чотириполосник, у якого вхідний опір $Z_{1ex} = \frac{U_1}{I_1}$ стосовно полюсів

$$I_C = I_{ca} - I_{bc} = 10e^{j120^\circ} - 10e^{j150^\circ} = 3,65 + j3,65 = 5,16e^{j45^\circ} \text{ А.}$$

Покази ватметрів визначаємо за формулами (4.21) з урахуванням, що $\dot{U}_{CB} = -\dot{U}_{BC} = \dot{U}_{BC}e^{j180^\circ}$,

$$P_{W_1} = \text{Re}(\dot{U}_{AB}I_A^*) = \text{Re}(220 \cdot 19,3e^{j75^\circ}) = 1103 \text{ Вт};$$

$$P_{W_2} = \text{Re}(\dot{U}_{CB}I_C^*) = \text{Re}(220e^{j60^\circ} \cdot 5,16e^{-j45^\circ}) = 1096,5 \text{ Вт.}$$

При обриві лінійного проводу А струм $I_A = 0$. Отже показ першого ватметра $P_{W_1} = 0$.

При цьому фази *ca* та *ab* будуть сполучені послідовно, отже

$$I_{ca} = I_{ab} = \frac{\dot{U}_{CB}}{Z_{ca} + Z_{ab}} = \frac{-220e^{-j120^\circ}}{R + jX_L} = \frac{220e^{j60^\circ}}{22 + j22} = \frac{220e^{j60^\circ}}{31,1e^{j45^\circ}} = 7,07e^{j15^\circ} \text{ А};$$

$$I_C = I_{ca} - I_{bc} = 7,09e^{j15^\circ} - 10e^{j150^\circ} = 15,7 - j4,817 = 16,42e^{-j17^\circ} \text{ А};$$

$$P_{W_2} = \text{Re}(\dot{U}_{CB}I_C^*) = \text{Re}(220e^{j60^\circ} \cdot 16,42e^{+j17^\circ}) = 816,6 \text{ Вт.}$$

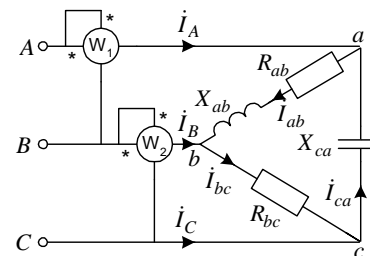


Рис. 4.23.

Приклад 4.3. Обчислити покази ватметрів (рис. 4.23), якщо $U_n = 220$ В, $R_{ab} = 8$ Ом, $X_{ab} = 6$ Ом, $R_{bc} = X_{ca} = 10$ Ом.

Розв'язання.

Вважаючи початкову фазу напруги \dot{U}_{ab} рівною нулю, запишемо

$$\dot{U}_{AB} = 220e^{j0^\circ} \text{ В}; \dot{U}_{BC} = 220e^{-j120^\circ} \text{ В}; \dot{U}_{CA} = 220e^{j120^\circ} \text{ В.}$$

Струми у фазах навантаження визначаємо за формулами (4.9)

$$I_{ab} = \frac{\dot{U}_{AB}}{Z_{ab}} = \frac{220}{8 + j6} = \frac{220}{10e^{j36,87^\circ}} = 22e^{-j36,87^\circ} \text{ А};$$

$$I_{bc} = \frac{\dot{U}_{BC}}{Z_{bc}} = \frac{220e^{-j120^\circ}}{10} = 22e^{-j120^\circ} \text{ А};$$

$$i_{ca} = \frac{\dot{U}_{CA}}{\dot{Z}_{ca}} = \frac{220e^{j120^\circ}}{10e^{-j90^\circ}} = 22e^{-j150^\circ} \text{ А.}$$

Для визначення показів ватметрів обчислимо лінійні струми \dot{I}_A та \dot{I}_B згідно з (4.10).

$$\begin{aligned} \dot{I}_A &= \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca} = 22e^{-j36,87^\circ} - 22e^{-j150^\circ} = \\ &= (17,6 - j13,2) - (-19 - j11) = 36,6 - j2,2 = 36,67e^{-3,44^\circ} \text{ А;} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_B &= \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab} = 22e^{-j120^\circ} - 22e^{-j36,87^\circ} = \\ &= (-11 - j19) - (17,6 - j13,2) = -28,6 - j5,8 = 29,18e^{-j168,5^\circ} \text{ А.} \end{aligned}$$

Покази ватметрів обчислюємо за формулами (4.21)

$$P_{W_1} = \text{Re}(\dot{U}_{AB} \cdot \dot{I}_A^*) = \text{Re}(220 \cdot 36,67e^{j3,44^\circ}) = 8052 \text{ Вт;}$$

$$P_{W_2} = \text{Re}(\dot{U}_{BC} \cdot \dot{I}_B^*) = \text{Re}(220e^{-j120^\circ} \cdot 29,18e^{j168,5^\circ}) = 4248 \text{ Вт.}$$

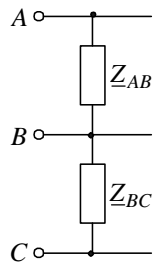


Рис. 4.24.

Розв'язання. Наведену на рис. 4.24 схему зобразимо у вигляді (рис. 4.25), подібному до базової схеми (рис. 4.15).

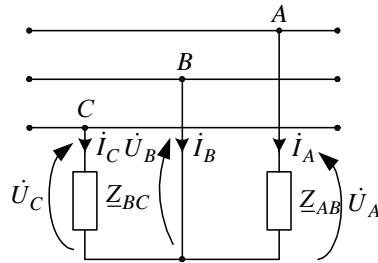
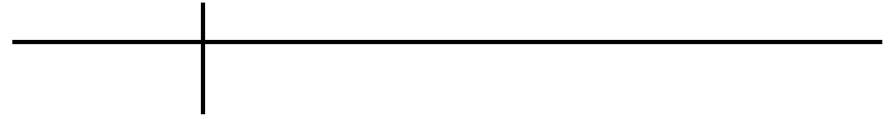


Рис. 4.25.

Приклад 4.4. У трифазному колі між лініями (фазами) A та B увімкнений комплексний опір Z_{AB} , а між B і C – опір Z_{BC} (рис. 4.24). За методом симетричних складових записати рівняння, що характеризують цю несиметричну ділянку.



РОЗДІЛ 6



ТЕОРІЯ ПРОХІДНИХ ЧОТИРИПОЛЮСНИКІВ

6.1. Загальна характеристика чотириполосників

Численні електротехнічні пристрої, що призначені для перетворення та пересилання електричної енергії, мають два вхідні та два вихідні затискачі (полюси), при цьому їх внутрішнє електричне коло може бути довільної складності. Такі пристрої отримали назву чотириполосників. Прикладами чотириполосників можуть бути двообмоткові трансформатори, однофазні випростувачі, підсилювачі, електричні фільтри, двопровідні лінії електропересилання тощо.

В процесі експлуатації здебільшого необхідно і достатньо знати тільки залежності між вхідними та вихідними струмами і напругами. Теорія чотириполосників дає можливість розраховувати режими пересилання електричної енергії між входом та виходом чотириполосника, не вдаючись до розрахунку струмів та напруг всередині електротехнічних пристроїв. Основи теорії чотириполосників будемо розглядати при усталених синусоїдних режимах, що дозволяє

$$P = P_1 + P_3 = 80 + 45 = 125 \text{ Вт.}$$

5.7. Контрольні запитання

1. Яким способом може бути представлена періодична несинусоїдна електрична напруга (ЕРС, струм)?
2. Який математичний апарат використовується для аналізу лінійних електричних кіл несинусоїдного струму?
3. Які є способи представлення членів ряду Фур'є?
4. Як визначаються коефіцієнти ряду Фур'є?
5. Яка гармоніка називається основною, а які вищими?
6. Як визначається діюче значення несинусоїдної напруги (струму) через її гармонічний спектр?
7. Як визначається середнє значення несинусоїдної періодичної величини і чому воно дорівнює?
8. Як визначаються реактивні опори котушки та конденсатора для k -тої гармоніки?
9. У якому випадку гармонічний спектр напруги і струму однакові, а в якому ні?
10. Як визначається діюче значення несинусоїдної напруги (струму, ЕРС)?
11. Як визначається активна і як реактивна потужності несинусоїдного струму?
12. Як визначається повна потужність несинусоїдного струму?
13. Як визначається потужність спотворення несинусоїдного струму?
14. Як визначається коефіцієнт амплітуди та коефіцієнт форми несинусоїдної напруги (струму) і чому вони дорівнюють для синусоїди?
15. Як визначити коефіцієнт спотворення несинусоїдної періодичної напруги?

Очевидно, що в даній задачі рівняння 4.27, які характеризують несиметрію, набувають вигляду:

$$\dot{U}_A = \underline{Z}_{AB} \dot{I}_A; \quad \dot{U}_B = 0; \quad \dot{U}_C = \underline{Z}_{BC} \dot{I}_C; \quad \dot{I}_N = 0.$$

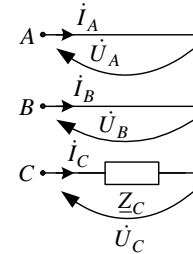


Рис. 4.26.

Розв'язання. Порівняння схеми (рис. 4.26) із базовою схемою (рис. 4.16) дозволяє записати такі рівняння: $\dot{U}_A = 0$, тому, що $Z_A = 0$; $\dot{U}_B = 0$, тому, що $Z_B = 0$; $\dot{U}_C = \underline{Z}_C \dot{I}_C$.

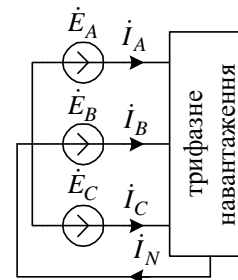


Рис. 4.27.

Приклад 4.5. У трифазному колі у фазу C , увімкнено опір \underline{Z}_C (рис. 4.26). За методом симетричних складових записати рівняння, що характеризують несиметричну ділянку.

Приклад 4.6. У трифазному колі з несиметричною системою фазних ЕРС $\dot{E}_A = 100e^{j0^\circ}$ В; $\dot{E}_B = 100e^{-j90^\circ}$ В; $\dot{E}_C = 100e^{j60^\circ}$ В, показаному на рис. 4.27, відомі симетричні складові лінійних струмів $\dot{I}_1 = 10e^{j60^\circ}$ А, $\dot{I}_2 = 3e^{-j30^\circ}$ А, $\dot{I}_0 = 4e^{j0^\circ}$ А. Необхідно обчислити симетричні складові фазних ЕРС $\dot{E}_1, \dot{E}_2, \dot{E}_0$, лінійні струми $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$, струм нейтрального проводу \dot{I}_N та комплексну потужність джерела $\underline{S}_{3\phi}$.

Розв'язання. За формулами (4.25) визначаємо симетричні складові усіх послідовностей ЕРС.

$$\begin{aligned} \dot{E}_1 &= \frac{1}{3}(\dot{E}_A + a\dot{E}_B + a^2\dot{E}_C) = \frac{1}{3}(100e^{j0^\circ} + e^{j120^\circ} \cdot 100e^{-j90^\circ} + e^{-j120^\circ} \cdot 100e^{j60^\circ}) = \\ &= 79,81e^{-j8,8^\circ} \text{ В;} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{E}_2 &= \frac{1}{3}(\dot{E}_A + a^2\dot{E}_B + a\dot{E}_C) = \frac{1}{3}(100e^{j0^\circ} + e^{-j2\pi/3} \cdot 100e^{-j90^\circ} + e^{j2\pi/3} \cdot 100e^{j60^\circ}) = \\ &= 33,33e^{j150^\circ} \text{ В;} \end{aligned}$$

$$\dot{E}_0 = \frac{1}{3}(\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C) = \frac{1}{3}(100e^{j0^\circ} + 100e^{-j90^\circ} + 100e^{j60^\circ}) = 50,2e^{-j5,1^\circ} \text{ В.}$$

Лінійні струми $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$ визначаємо за формулами (4.24)

$$\dot{I}_A = (4e^{j0^\circ} + 10e^{j60^\circ} + 3e^{-j30^\circ}) = 11,6 + j7,16 = 13,63e^{j31,7^\circ} \text{ А;}$$

$$\dot{I}_B = (4e^{j0^\circ} + e^{-j2\pi/3} \cdot 10e^{j60^\circ} + e^{j2\pi/3} \cdot 3e^{-j30^\circ}) = 9 - j5,66 = 10,63e^{j32,2^\circ} \text{ А;}$$

$$\dot{I}_C = (4e^{j0^\circ} + e^{j2\pi/3} \cdot 10e^{j60^\circ} + e^{-j2\pi/3} \cdot 3e^{-j30^\circ}) = -8,6 - j1,5 = 8,73e^{-j170^\circ} \text{ А.}$$

Струм у нейтральному проводі дорівнює сумі лінійних струмів

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 11,6 + j7,16 + 9 - j5,66 - 8,6 - j1,5 \cong 12e^{j0^\circ} = 3\dot{I}_0 \text{ А.}$$

Сума симетричних складових лінійних струмів прямої та зворотної послідовностей дорівнює нулеві, а струм нейтрального проводу дорівнює потроєному значенню симетричної складової струму нульової послідовності.

Комплексна потужність трифазного джерела обчислюється за формулою (4.28)

$$\underline{S}_{3\phi} = 3(79,81e^{-j8,8^\circ} \cdot 10e^{-j60^\circ} + 33,33e^{j150^\circ} \cdot 3e^{j30^\circ} + 50,2e^{-j5,1^\circ} \cdot 4e^{j0^\circ}) =$$

$$= (1166 - j2286) = 2,566e^{-j63^\circ} \text{ КВА}$$

Активна потужність джерела $P_{дж} = 1,166 \text{ кВт.}$

Реактивна потужність джерела $Q_{дж} = -2,286 \text{ квар}$ і має ємнісний характер.

Приклад 4.7. Симетричне трифазне коло з нульовим проводом під'єднано до несиметричної системи фазних напруг (рис. 4.28). Відомі симетричні складові фазних напруг:

Реактивна потужність

$$Q = Q_1 + Q_3 = U_1 I_1 \sin \varphi_1 + U_3 I_3 \sin \varphi_3 =$$

$$= 100 \cdot 18,5 \cdot \sin(-21^\circ) + 30 \cdot 1,85 \cdot \sin 71^\circ = 925 \text{ вар.}$$

Діюче значення підведеної напруги

$$U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_3^2} = \sqrt{10^2 + 100^2 + 30^2} = 105 \text{ В.}$$

Повна потужність

$$S = UI = 105 \cdot 18,65 = 1960 \text{ В} \cdot \text{А.}$$

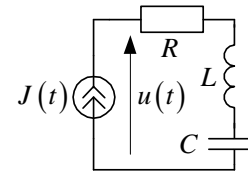


Рис. .5.16.

Приклад 5.2. В зображеному на рис.

5.16 електричному колі відомо

$$J(t) = (4\sqrt{2} \sin \omega t + 3\sqrt{2} \sin(3\omega t - 10^\circ)) \text{ А.}$$

$$\omega = 500 \text{ с}^{-1}; R = 5 \text{ Ом}; L = 0,01 \text{ Гн}; C = 100 \text{ мкФ.}$$

Визначити діюче значення напруги

U на джерелі струму і активну потужність P .

Розрахунок першої гармоніки ($\omega = 500 \text{ с}^{-1}$):

$$J_1(t) = 4\sqrt{2} \sin 500t \text{ А;}$$

$$X_{L1} = \omega L = 500 \cdot 0,01 = 5 \text{ Ом}; \quad X_{C1} = \frac{1}{C\omega} = \frac{10^{-6}}{500 \cdot 100} = 25 \text{ Ом};$$

$$Z_1 = \sqrt{R^2 + (X_{L1} - X_{C1})^2} = \sqrt{5^2 + (5 - 25)^2} = 20,6 \text{ Ом};$$

$$U_1 = I_1 \cdot Z_1 = 4 \cdot 20,6 = 82,4 \text{ В;}$$

$$P_1 = I_1^2 R = 4^2 \cdot 5 = 80 \text{ Вт;}$$

Розрахунок третьої гармоніки ($\omega = 1500 \text{ с}^{-1}$):

$$J_3(t) = 3\sqrt{2} \sin 1500t \text{ А;}$$

$$X_{L3} = 3\omega L = 15 \text{ Ом}; \quad X_{C3} = \frac{X_{C1}}{3} = 8,33 \text{ Ом};$$

$$Z_3 = \sqrt{R^2 + (X_{L3} - X_{C3})^2} = \sqrt{5^2 + (15 - 8,33)^2} = 8,34 \text{ Ом};$$

$$U_3 = I_3 Z_3 = 3 \cdot 8,34 = 25 \text{ В;}$$

$$P_3 = I_3^2 R = 9 \cdot 5 = 45 \text{ Вт;}$$

Діюче значення напруги на джерелі

$$U = \sqrt{U_1^2 + U_3^2} = \sqrt{82,4^2 + 25^2} = 86,1 \text{ В;}$$

Активна потужність

$$X_{C1} = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{314,16 \cdot 530 \cdot 10^{-6}} = 8 \text{ Ом.}$$

Комплексний опір для першої гармоніки

$$\underline{Z}_1 = R + j(X_{L1} - X_{C1}) = (5 + j(6 - 8)) = 5,38e^{-j21^\circ} \text{ Ом.}$$

Комплексне значення струму першої гармоніки

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{\underline{Z}_1} = \frac{100e^{j20^\circ}}{5,38 \cdot e^{-j21^\circ}} = 18,59e^{j41^\circ} \text{ А.}$$

Миттєве значення першої гармоніки струму

$$i_1 = 26,2 \sin(\omega t + 41^\circ) \text{ А.}$$

Розрахунок струму третьої гармоніки здійснюється аналогічно.

$$u_3 = 42,4 \sin(3\omega t + 45^\circ) \text{ В; } \dot{U}_3 = \frac{42,4}{2} e^{j45^\circ} = 30e^{j45^\circ} \text{ В;}$$

$$X_{L3} = 3\omega L = 18 \text{ Ом; } X_{C3} = 1/(3\omega C) = 2,67 \text{ Ом;}$$

$$Z_3 = \sqrt{R^2 + (X_{L3} - X_{C3})^2} = 16,2 \text{ Ом;}$$

$$\operatorname{tg} \varphi_3 = \frac{X_{L3} - X_{C3}}{R} = 3,07; \quad \varphi_3 = 71^\circ;$$

$$\underline{Z}_3 = R + j(X_{L3} - X_{C3}) = 5 + j15,34 = 16,2e^{j71^\circ} \text{ Ом;}$$

$$\dot{U}_3 = 30e^{j45^\circ} \text{ В; } \dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_3}{\underline{Z}_3} = \frac{30e^{j45^\circ}}{16,2e^{j71^\circ}} = 1,86e^{-j26^\circ} \text{ А;}$$

$$i_3 = 2,61 \sin(3\omega t - 26^\circ) \text{ А.}$$

Миттєве значення струму в колі

$$i = I_0 + i_1 + i_3 = \left(26,2 \sin(\omega t + 41^\circ) + 2,61 \sin(3\omega t - 26^\circ) \right) \text{ А.}$$

Діюче значення струму

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_3^2} = \sqrt{18,5^2 + 1,85^2} = 18,59 \text{ А.}$$

Активна потужність

$$P = P_0 + P_1 + P_3 = U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos \varphi_1 + U_3 I_3 \cos \varphi_3 = \\ = 100 \cdot 18,5 \cos 21^\circ + 30 \cdot 1,85 \cos 71^\circ = 1728 \text{ Вт.}$$

або

$$P = I_0^2 r + I_1^2 r + I_3^2 r = (I_0^2 + I_1^2 + I_3^2) r = (18,5^2 + 1,85^2) 5 = 1728 \text{ Вт.}$$

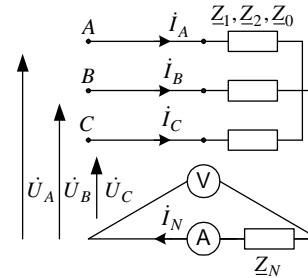


Рис. 4.28.

$\dot{U}_1 = 70e^{j90^\circ} \text{ В, } \dot{U}_2 = 15e^{j30^\circ} \text{ В, } \dot{U}_0 = 26e^{j16^\circ} \text{ В}$
та опори приймача для прямої $\underline{Z}_1 = 7e^{j30^\circ} \text{ Ом,}$ зворотної $\underline{Z}_2 = 5e^{j60^\circ} \text{ Ом}$ і нульової $\underline{Z}_0 = 5e^{j45^\circ} \text{ Ом}$ послідовностей, а також опір нульового проводу $\underline{Z}_N = 3e^{j0^\circ} \text{ Ом.}$
Визначити симетричні складові лінійного струму (\dot{I}_A) та покази приладів, що

вимірюють діючі значення.

Розв'язання. Як вже зазначалось, розрахунок проводимо для кожної послідовності окремо. Відповідні розрахункові схеми наведені на рис. 4.29а – для прямої, на рис. 4.29б – для зворотної і на рис. 4.29в – для нульової послідовностей.

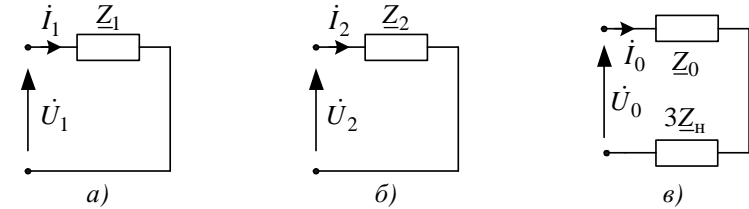


Рис. 4.29.

Струм прямої послідовності (рис. 4.29а)

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{\underline{Z}_1} = \frac{70e^{j90^\circ}}{7e^{j30^\circ}} = 10e^{j60^\circ} \text{ А.}$$

Струм зворотної послідовності (рис. 4.29б)

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_2} = \frac{15e^{j30^\circ}}{5e^{j60^\circ}} = 3e^{-j30^\circ} \text{ А.}$$

Струм нульової послідовності (рис. 4.29в)

$$\dot{I}_0 = \frac{\dot{U}_0}{\underline{Z}_0 + 3\underline{Z}_N} = \frac{26e^{j16^\circ}}{5e^{j45^\circ} + 3 \cdot 3e^{j0^\circ}} = 2e^{j0^\circ} \text{ А.}$$

Струм у лінійному проводі

$$\dot{I}_N = 3\dot{I}_0 = 6e^{j0^\circ} \text{ А.}$$

Амперметр покаже 6 А, а напруга між нейтраліями

$$U_N = Z_N \cdot I_N = 3 \cdot 6 = 18 \text{ В.}$$

Показ вольтметра – 18 В.

4.8. Контрольні запитання

1. Які переваги пересилання енергії за допомогою трифазної мережі в порівнянні з однофазною?
2. Які є способи представлення трифазної системи ЕРС (струмів, напруг)?
3. Яке співвідношення між фазними та лінійними напругами (струмами) в симетричному трифазному колі при з'єднанні споживача зіркою?
4. Яке співвідношення між фазними та лінійними напругами (струмами) в симетричному трифазному колі при з'єднанні споживача трикутником?
5. Чому дорівнює зсув фаз між фазною напругою \dot{U}_A і лінійною напругою \dot{U}_{AB} з'єданого зіркою симетричного трифазного споживача?
6. Яке призначення нейтрального проводу і коли його наявність недоцільна?
7. Як можна визначити напругу між нейтраліями генератора та споживача і коли вона дорівнює нулю?
8. В чому переваги чотирипровідної трифазної мережі?
9. Чому в нейтральний провід не вмикають запобіжники?
10. Як визначається миттєва потужність симетричного трифазного кола?
11. Як можна обчислити активну, реактивну та повну потужності симетричного трифазного споживача?
12. Як зміниться активна потужність з'єданого трикутником симетричного трифазного споживача, якщо його з'єднати зіркою?
13. Які є способи вимірювання активної потужності у трифазному електричному колі?
14. Чим відрізняється розрахунок несиметричного трифазного кола від симетричного?
15. В чому полягає суть розрахунку несиметричного трифазного кола методом симетричних складових?
16. Як розкласти несиметричну трифазну систему напруг (струму) на симетричні складові?
17. Як за відомими симетричними складовими напруг (струмів) визначити напруги (струми) фаз трифазної системи?
18. Які є види несиметрії в трифазних лініях пересилання електричної

В умовах резонансу на якій-небудь вищій гармоніці струми (напруги) цієї гармоніки можуть бути більшими від струмів (напруг) першої гармоніки, не дивлячись на те, що амплітуда ЕРС першої гармоніки здебільшого є більшою від амплітуди ЕРС відповідної вищої гармоніки.

Основні положення. В електричних колах несинусоїдного струму може мати місце резонанс на окремій гармоніці або на декількох гармоніках.

5.6. Приклади розв'язування задач

Приклад 5.1. Визначити миттєве значення струму в зображеному на рис. 5.15 електричному колі, а також активну, реактивну і повну потужності, якщо $R=5 \text{ Ом}$, $L=0,0191 \text{ Гн}$, $C=530 \text{ мкФ}$,
 $u = (10 + 141 \sin(\omega t + 20^\circ) + 42,4 \sin(3\omega t + 45^\circ)) \text{ В}$.

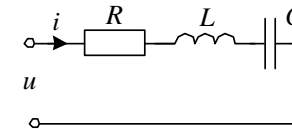


Рис. 5.15.

Розв'язання. Миттєве значення струму у колі дорівнює у загальному випадку сумі постійної складової, основної та вищих гармонік. Розрахунок проводимо за кожною гармонікою окремо.

Постійна складова (нульова гармоніка):

$$\omega = 0; U_0 = 10 \text{ В}; \quad X_{L_0} = \omega L = 0; \quad X_{C_0} = \frac{1}{\omega C} = \infty;$$

$$Z_0 = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \infty; \quad I_0 = \frac{U_0}{Z_0} = \frac{10}{\infty} = 0.$$

Отже, у даному електричному колі постійна складова струму $I_0=0$. Виконаємо розрахунки для гармонічних складових.

Перша гармоніка.

$$u_1 = 141 \sin(\omega t + 20^\circ) \text{ В}$$

або в комплексній формі $\dot{U}_1 = 100e^{j20^\circ} \text{ В}$.

$$X_{L1} = \omega L = 2\pi fL = 314,16 \cdot 0,0191 = 6 \text{ Ом};$$

у вітках та напруг на окремих ділянках як суму постійної складової та миттєвих значень гармонік.

Важливим питанням є визначення параметрів електричного кола для різних гармонічних складових. Зокрема, реактивні опори індуктивних і ємнісних елементів залежать від порядкового номера k гармоніки. Вони визначаються за формулами

$$X_{Lk} = kX_{L1} = k\omega L; \quad X_{Ck} = \frac{X_{C1}}{k} = \frac{1}{k\omega C}. \quad (5.26)$$

Як видно з (5.26), для постійної складової опір ідеальної котушки індуктивності дорівнює нулю, а для конденсатора – нескінченності. Звідси випливає, що під час розрахунку постійних складових струмів котушки індуктивностей необхідно вважати закороченими, а вітки з конденсаторами – розімкненими.

Залежність опорів реактивних елементів від частоти (порядку гармоніки) призводить до того, що напруги на індуктивних і ємнісних елементах відрізняються за формою від струмів. Відзначимо, що векторні діаграми можна будувати лише для кожної гармоніки окремо. Не можна, додавати та віднімати вектори чи комплексні напруги або струми різних гармонік.

Основні положення. Для аналізу лінійних електричних кіл несинусоїдного струму використовують метод накладання, згідно з яким розрахунок виконується для кожної гармоніки окремо. В результаті необхідно розрахувати один раз електричне коло постійного струму (для постійної складової) і декілька разів (за кількістю врахованих гармонік) коло змінного струму. При цьому необхідно враховувати, що опори реактивних елементів для різних гармонік залежать від їх порядку (частоти).

5.5. Резонансні явища в колах несинусоїдного струму

Якщо в електричному колі, до якого входять індуктивні та ємнісні елементи, діють несинусоїдні ЕРС, то в ньому можуть виникати резонансні режими (резонанси струмів або напруг) не тільки на першій, але й на вищих гармоніках. За аналогією з викладеним в п. 3.8 резонансним режимом на k -ій гармоніці називається такий режим, при якому струм k -ої гармоніки на вході електричного кола збігається за фазою з k -ою гармонікою вхідної напруги. Таким чином, умови резонансу для k -ої гармоніки полягають в тому, що реактивна складова вхідного опору для цієї гармоніки повинна бути рівною нулю.

енергії?

- ~~19. Скільки необхідно скласти рівнянь для загального випадку розрахунку несиметричного трифазного кола методом симетричних складових?~~
 20. Чи завжди в струмах фаз несиметричного трифазного кола присутні всі три складові: пряма, обернена і нульова?

РОЗДІЛ 5



ПЕРІОДИЧНІ НЕСИНУСОЇДНІ СТРУМИ

5.1. Основні поняття та визначення

В попередніх розділах ми розглядали електричні кола, які знаходяться під дією постійних або синусоїдних напруг чи ЕРС. При цьому, якщо електричне коло лінійне, то і струми, які в ньому виникають, були відповідно постійними або змінювались в часі за синусоїдним законом. Проте на практиці в багатьох випадках в ustalених режимах в електричних колах має місце несинусоїдність струмів. Несинусоїдними періодичними ЕРС, напругами, струмами називають такі, які змінюються за періодичним законом (рис. 5.1), тобто

$$e(t) = e(t+T), \quad u(t) = u(t+T), \quad i(t) = i(t+T), \quad (5.1)$$

де T – період. Закон зміни періодичної функції в межах періоду T може бути довільним.

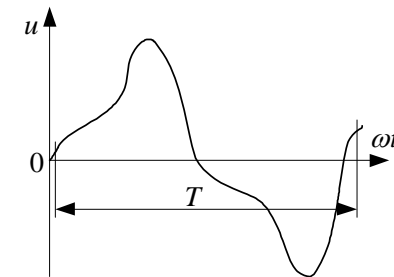


Рис.5.1.

Джерел з ідеально постійною чи синусоїдною ЕРС не існує, однак під час аналізу електричних кіл незначні їх відхилення від синусоїдних можна не враховувати. В той же час нерідко несинусоїдність напруги живлення суттєво впливає на роботу електротехнічних пристроїв і її врахування стає необхідним. Синхронні генератори, які є основними джерелами електричної енергії, проектують так, що ЕРС, які в них індукуються, практично синусоїдні. Тут несинусоїдність є, як правило, результатом різних замикань чи інших відхилень від нормальної роботи. Однак в різноманітних пристроях автоматики, зв'язку, електроніки несинусоїдність напруг та струмів є необхідною умовою їх нормального функціонування. Прикладами джерел несинусоїдної напруги є різні випрямлячі, генератори лінійно-змінної напруги, генератори імпульсів тощо. Так, при однопівперіодному випрямленні змінного струму форма напруги після випрямлення має форму, показану на рис. 5.2.

В лінійному електричному колі при дії несинусоїдних ЕРС струми будуть також несинусоїдними. На відміну від лінійних електричних кіл, в нелінійних електричних колах несинусоїдні періодичні струми можуть мати місце і при синусоїдних джерелах живлення. Надалі у цьому розділі обмежимося розглядом періодичних процесів у лінійних електричних колах.

Синусоїдна електрична величина (ЕРС, напруга, струм) описується за допомогою трьох величин: періоду, амплітуди та початкової фази. Для несинусоїдної періодичної величини останні два поняття не мають сенсу, тому вона може бути задана аналітично, графіком миттєвих значень або таблицею чисел, що є незручним для аналізу процесів в електричних колах. Тому під час розрахунків лінійних електричних кіл несинусоїдного струму використовують розклад періодичних функцій у тригонометричний ряд Фур'є.

Як відомо з математики, періодичну функцію, яка задовольняє умовам Дирихле (функція має скінченну кількість розривів першого роду та максимумів і мінімумів на розглядуваному інтервалі), можна розкласти у ряд Фур'є. Струми, напруги та ЕРС, які мають місце в реальних електричних колах, цим умовам задовольняють, тому розклад їх у ряд Фур'є можливий завжди, а тригонометричні ряди, які їх апроксимують, є швидкозбіжні. Гармонічний ряд, який апроксимує періодичну функцію $f(t)=f(t+T)$, має вигляд

$$f(t) = f(t+T) = A_0 + A_{1m} \sin(\omega t + \psi_1) + A_{2m} \sin(2\omega t + \psi_2) + A_{3m} \sin(3\omega t + \psi_3) + \dots = \sum_{k=0,1,2,\dots,\infty} A_{km} \sin(k\omega t + \psi_k) \quad (5.2)$$

Згідно з методом накладання джерело несинусоїдної ЕРС, розкладеної в ряд Фур'є можна розглядати як послідовне з'єднання джерела постійної та гармонічних ЕРС різних частот. Наприклад, якщо

$$e = E_0 + e_1 + e_2 + e_3 = E_0 + e_{1m} \sin(\omega t + \psi_{e1}) + e_{2m} \sin(2\omega t + \psi_{e2}) + e_{3m} \sin(3\omega t + \psi_{e3}), \quad (5.24)$$

то еквівалентна заступна схема ЕРС має вигляд

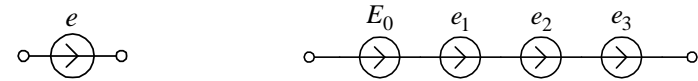


Рис. 5.13

У свою чергу джерело несинусоїдного струму можна розглядати як паралельне з'єднання джерел постійного та гармонічних струмів різних частот. Наприклад, якщо

$$J = J_0 + J_1 + J_2 + J_3 = J_0 + J_{1m} \sin(\omega t + \psi_{j1}) + J_{2m} \sin(2\omega t + \psi_{j2}) + J_{3m} \sin(3\omega t + \psi_{j3}), \quad (5.25)$$

то еквівалентна заступна схема ДС має вигляд

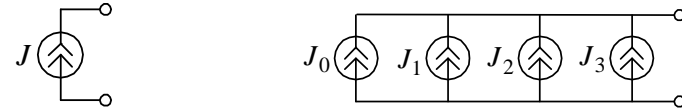


Рис. 5.14.

Таким чином, застосовуючи метод накладання, розрахунок лінійних електричних кіл при несинусоїдних струмах можна звести до розрахунку кількох електричних кіл, в кожному з яких діють джерела енергії однієї частоти (або постійні). Миттєві значення несинусоїдних струмів і напруг визначаються як сума струмів, зумовлених кожним джерелом зокрема.

Розрахунок виконується у наступному порядку.

- 1) Несинусоїдні ЕРС та струми ДС розкласти у ряд Фур'є.
- 2) Розрахувати електричне коло одним із відомих методів розрахунку складних електричних кіл, вважаючи, що в колі діють тільки ті складові розкладу в ряд Фур'є, які мають одну і ту ж частоту. При цьому для розрахунку гармонічних складових струмів і напруг однієї і тієї ж частоти доцільно користуватись символічним методом.
- 3) Виконавши розрахунки почергово для постійних і всіх гармонічних складових, за принципом накладання знайти миттєві значення струмів

напруги, за умови незмінних їх діючих значень, повна потужність несинусоїдного струму залишається сталою, проте активна й реактивна потужності зменшуються, а значить, як це видно із (5.22), потужність спотворення зростає. Таким чином потужність спотворення характеризує вплив відносного спотворення форм кривих струмів та напруг на процес одностороннього перетворення електричної енергії.

Як і при синусоїдних струмах, в колах періодичного несинусоїдного струму вводять поняття коефіцієнта потужності, який визначають за формулою

$$\lambda = \frac{P}{S} = \frac{P}{UI}, \quad (5.23)$$

де U , I – діючі значення напруги та струму, які визначаються за формулами (5.8), (5.9a).

Відзначимо, що $\lambda=1$ лише за умови, що до кола входять тільки резистивні елементи, опір яких не залежить ні від частоти, ні від величини струмів у них. У всіх інших випадках $\lambda < 1$. У колах синусоїдного струму коефіцієнт потужності дорівнює $\cos \varphi$ ($\lambda = \cos \varphi$). Поява вищих гармонік в кривих напруги та струму призводить до зниження коефіцієнта потужності споживача в порівнянні з такими ж діючими значеннями синусоїдних напруг та струмів.

Для спрощення аналізу електричних кіл несинусоїдного струму за відсутності постійних складових несинусоїдні струми та напруги замінюють еквівалентними синусоїдами основної частоти. При цьому виходять з рівності їх діючих значень, а кут зсуву фаз між еквівалентними синусоїдами беруть, виходячи з рівності $\cos \varphi = \lambda$.

Основні положення. Активна потужність при несинусоїдних струмах обчислюється як сума активних потужностей постійної складової та усіх гармонік. Реактивна потужність дорівнює сумі реактивних потужностей усіх гармонічних складових. Повну потужність визначають як добуток діючих значень напруги та струму. Однак у загальному випадку повна потужність не дорівнює кореню квадратному із суми квадратів активної і реактивної потужностей. Тому вводиться поняття потужності спотворень.

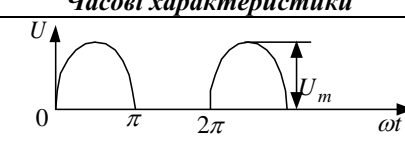
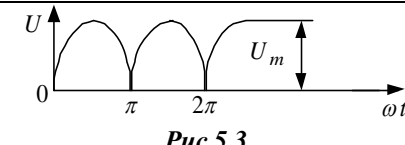
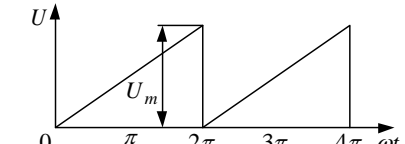
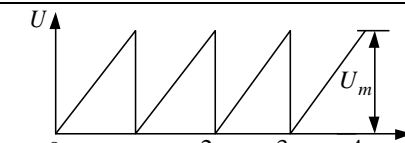
Відношення активної потужності до повної при несинусоїдних струмах називаються коефіцієнтом потужності, яким користуються для наближеного аналізу електричного кола несинусоїдного струму методом еквівалентних синусоїд.

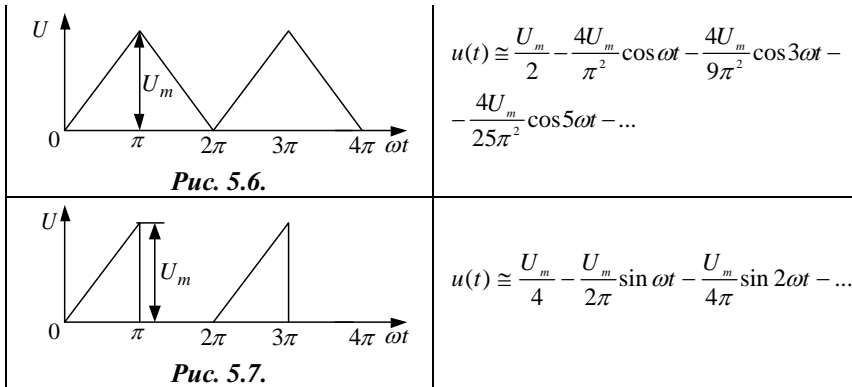
5.4. Аналіз лінійних електричних кіл несинусоїдного струму

Тригонометричний ряд (5.2) складається з постійної складової – A_0 і синусоїдних – $A_{km} \sin(k\omega t + \psi_k)$, які називають гармоніками. Синусоїду найнижчої ($k=1$) частоти $\omega = 2\pi/T$ називають *основною* гармонікою, а всі інші ($k>1$) – *вищими*. Сукупність гармонічних складових (синусоїд) несинусоїдної періодичної функції називається її дискретним частотним спектром: $A_{km}(\omega)$ – амплітудний спектр, $\psi_k(\omega)$ – фазовий спектр.

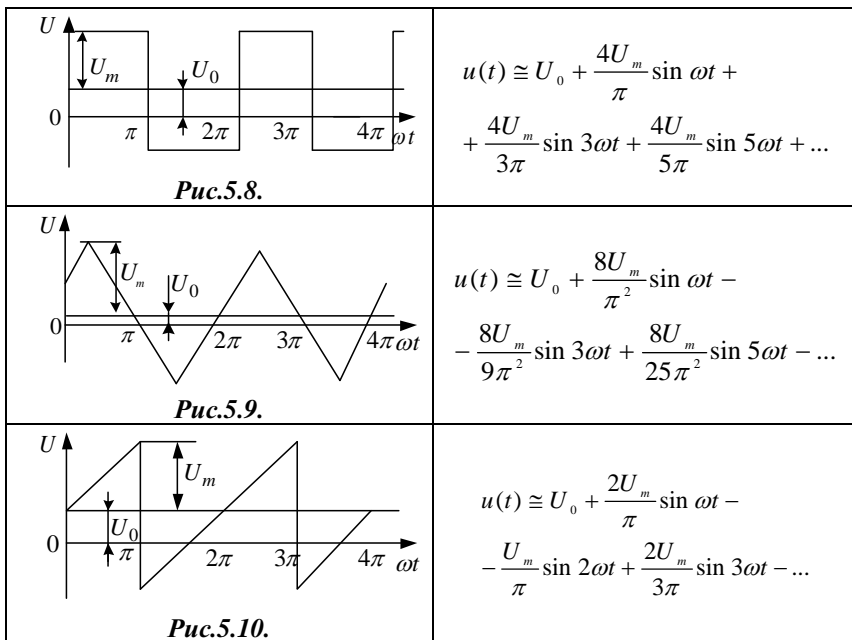
Параметри ряду Фур'є A_{km} , ψ_k можуть бути обчислені аналітично, якщо $f(t)$ задана аналітично, або чисельними методами. Для кривих, які найчастіше зустрічаються в електротехніці, розклад у ряд можна знайти в довідниках з математики чи електротехніки. Для прикладу, частина таких функцій наведена в таблиці 5.1.

Таблиця 5.1.

Часові характеристики	Гармонічний склад напруги
 <p style="text-align: center;">Рис.5.2.</p>	$u(t) \cong \frac{U_m}{\pi} - \frac{U_m}{2} \cos \omega t - \frac{2U_m}{3\pi} \cos 2\omega t - \frac{2U_m}{15\pi} \cos 4\omega t - \frac{2U_m}{35\pi} \cos 6\omega t - \dots$
 <p style="text-align: center;">Рис.5.3.</p>	$u(t) \cong \frac{2U_m}{\pi} - \frac{4U_m}{3\pi} \cos 2\omega t - \frac{4U_m}{15\pi} \cos 4\omega t - \frac{4U_m}{35\pi} \cos 6\omega t - \dots$
 <p style="text-align: center;">Рис.5.4.</p>	$u(t) \cong U_m - \frac{2U_m}{\pi} \sin \omega t - \frac{U_m}{\pi} \sin 2\omega t - \frac{2U_m}{3\pi} \sin 3\omega t - \dots$
 <p style="text-align: center;">Рис.5.5.</p>	$u(t) \cong \frac{U_m}{2} - \frac{U_m}{\pi} \sin \omega t - \frac{U_m}{2\pi} \sin 2\omega t - \frac{U_m}{3\pi} \sin 3\omega t - \dots$



продовження таблиці 5.1



$$u = U_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_{km} \sin(k\omega t + \psi_{ku}); \quad (5.17)$$

$$i = I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} I_{km} \sin(k\omega t + \psi_{ki}).$$

і підставимо в (5.16). При цьому зауважимо, що інтеграл (5.16) буде представлений сумою інтегралів, серед яких відмінними від нуля будуть тільки ті інтеграли, підінтегральні функції яких – це добуток постійних складових напруги та струму або їх гармонік однакових порядків. Решта інтегралів будуть рівними нулю. У результаті отримаємо

$$P = U_0 I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \cos \varphi_k = P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + \dots \quad (5.18)$$

де U_k, I_k – діючі значення напруги та струму k -ї гармоніки;

$\varphi_k = \psi_{ku} - \psi_{ki}$ – зсув фаз між k -ю гармонікою напруги та струму.

Як видно з (5.18), активна потужність періодичного несинусоїдного струму дорівнює сумі активних потужностей окремих гармонік, включаючи нульову.

За аналогією з поняттям реактивної потужності для синусоїдних функцій в електричному колі з періодичними несинусоїдними напругами та струмами вводиться поняття реактивної потужності

$$Q = \sum_{k=1,2,\dots,\infty} Q_k = \sum_{k=1,2,\dots,\infty} U_k I_k \sin \varphi_k = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots, \quad (5.19)$$

а також повної потужності як добутку діючих значень несинусоїдної напруги та струму

$$S = UI, \quad (5.20)$$

де U, I визначаються за формулами (5.8), (5.9а).

На відміну від електричних кіл синусоїдного струму, сума квадратів активної і реактивної потужностей в колі з періодичними несинусоїдними напругами та струмами не дорівнює квадрату повної потужності

$$S^2 \geq P^2 + Q^2. \quad (5.21)$$

З метою оцінки нерівності (5.21) вводиться розрахункова величина, яка визначається за формулою

$$T_c = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2}. \quad (5.22)$$

Величина T_c називається потужністю спотворення несинусоїдного струму, яка фізичного тлумачення немає і характеризує досконалість процесу одностороннього перетворення електричної енергії в інші види, зумовлену спотворенням форми кривої струму відносно форми кривої напруги. Так, при зміні гармонічного складу несинусоїдного струму та

Для синусоїди $k_\phi = \pi / (2\sqrt{2}) = 1,11$.

Коефіцієнт амплітуди k_a дорівнює відношенню максимального значення до діючого

$$k_a = \frac{A_{\max}}{A} \quad (5.13)$$

Для синусоїди $k_a = \sqrt{2} = 1,41$.

Коефіцієнт спотворення k_c визначається як відношення діючого значення основної гармоніки до діючого значення несинусоїдної величини

$$k_c = \frac{A_1}{A} \quad (5.14)$$

Для синусоїди $k_c = 1$ (для несинусоїдного струму $k_c < 1$).

Коефіцієнт гармонік визначається як відношення діючого значення вищих гармонік до діючого значення першої гармоніки

$$k_2 = \frac{1}{A_1} \sqrt{\sum_{k=2,3,\dots,\infty} A_k^2} \quad (5.15)$$

Для синусоїди $k_2 = 0$ (для несинусоїдного струму $k_2 > 0$).

Основні положення. Діюче значення несинусоїдного струму (напруги, ЕРС) дорівнює кореню квадратному із суми квадратів діючих значень усіх гармонік (включаючи нульову). Середнє значення дорівнює постійній складовій.

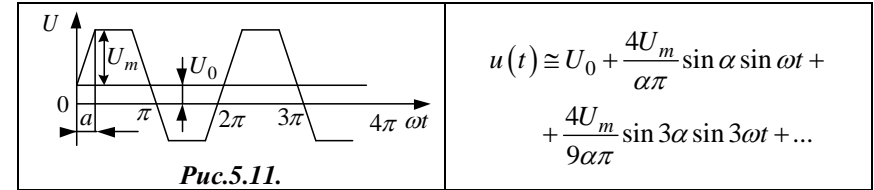
Для характеристики відхилення несинусоїдної величини від синусоїди користуються різними коефіцієнтами.

5.3. Потужності в колі періодичного несинусоїдного струму

Миттєва потужність як величина, що характеризує швидкість зміни енергії за одиницю часу визначається незалежно від форми напруги та струму за формулою (1.28), а активна потужність будь-якого періодичного струму дорівнює середньому за період значенню миттєвої потужності

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt \quad (5.16)$$

Представимо несинусоїдні напругу та струм двополюсника рядами Фур'є



Під час розкладу в ряд обмежуються певною кількістю n гармонік. Для прикладу, на рис. 5.12 наведено першу і третю гармоніки напруги та результат їх додавання.

Для обчислення коефіцієнтів ряду Фур'є його доцільно представити у вигляді постійної та синусних і косинусних складових

$$f(t) = A_0 + \sum_{k=1}^n (B_{kms} \sin k\omega t + B_{kmc} \cos k\omega t) \quad (5.3)$$

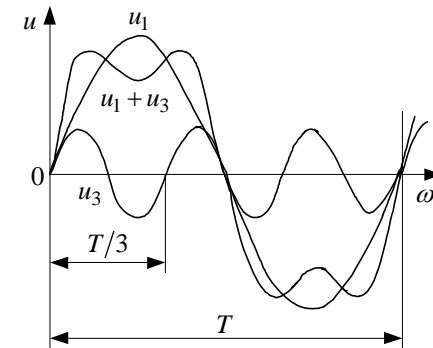


Рис. 5.12.

Коефіцієнти A_0 , B_{kms} , B_{kmc} обчислюються за формулами

$$A_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) dt;$$

$$B_{kms} = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \sin k\omega t dt;$$

$$B_{kmc} = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \cos k\omega t dt.$$

Перехід від коефіцієнтів ряду (5.3) до коефіцієнтів ряду (5.2)

здійснюється за формулами

$$A_{km} = \sqrt{B_{kms}^2 + B_{kmc}^2}; \quad \psi_k = \arctg(B_{kmc} / B_{kms}).$$

Під час розкладу періодичних напруг, ЕРС та струмів у ряд Фур'є об'єм обчислень можна суттєво скоротити, якщо скористатися властивостями функцій, що мають певну форму симетрії.

Одним із поширених видів симетрії кривих, які зустрічаються в електротехніці, є симетрія відносно осі абсцис. Такі функції задовольняють умовам $f(\omega t) = -f(\omega t + \pi)$, тобто від'ємна частина кривої є дзеркальним відображенням додатної частини, зсуненої уздовж осі абсцис на півперіоду. У цьому випадку ряд не містить постійної складової та парних гармонік, тому що для них ця умова не задовольняється. Отже ряд складається лише з непарних гармонік

$$f(\omega t) = A_{1m} \sin(\omega t + \psi_1) + A_{3m} \sin(3\omega t + \psi_3) + \dots + A_{km} \sin(k\omega t + \psi_k), \quad (5.4)$$

($k = 1, 3, 5 \dots$).

В схемах випрямлення змінного струму, мають місце функції, симетричні відносно осі ординат, які задовольняють умовам $f(\omega t) = f(-\omega t)$. У цьому випадку тригонометричний ряд не містить синусних складових

$$f(\omega t) = A_0 + A_{1m} \cos \omega t + A_{2m} \cos 2\omega t + \dots + A_{km} \cos k\omega t, \quad (5.5)$$

($k = 1, 2, 3 \dots$).

В схемах множення частоти мають місце функції симетричні стосовно початку координат, які задовольняють умовам $f(\omega t) = -f(-\omega t)$. У цьому випадку ряд не містить постійної і косинусної складових

$$f(\omega t) = A_{1m} \sin \omega t + A_{2m} \sin 2\omega t + \dots + A_{km} \sin k\omega t. \quad (5.6)$$

Основні положення. Для аналізу лінійних електричних кіл несинусоїдного струму використовують математичний апарат рядів Фур'є. При цьому несинусоїдні періодичні ЕРС, напруги та струми представляють усіченими тригонометричними рядами. У загальному випадку до складу останнього входить постійна складова, основна (перша) гармоніка і вищі. Постійну складову часто називають нульовою гармонікою. В окремих випадках деякі члени ряду можуть бути відсутні, що зумовлено властивістю несинусоїдної кривої, для якої здійснено розклад у ряд.

5.2. Діюче та середнє значення періодичних несинусоїдних струмів. Коефіцієнти, що характеризують форму несинусоїдних струмів

Для несинусоїдного струму за аналогією з синусоїдним вводять різні розрахункові значення. Діюче (середньоквадратичне) значення несинусоїдного струму визначається за формулою

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}, \quad (5.7)$$

де $i = I_0 + I_{1m} \sin(\omega t + \psi_1) + \dots + I_{km} \sin(k\omega t + \psi_k)$.

Оскільки квадрат суми дорівнює сумі квадратів миттєвих значень усіх гармонік і сумі добутків миттєвих значень окремих гармонік різних частот, середнє значення яких за період дорівнює нулю, то (5.7) прийме вигляд

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \sum i_{kdt}^2 dt} = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots + I_k^2} = \sqrt{\sum_{k=0,1,\dots,\infty} I_k^2}. \quad (5.8)$$

Отже, діюче значення несинусоїдного струму дорівнює кореню квадратному з суми квадратів діючих значень окремих гармонік. Це стосується напруг та ЕРС

$$U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + \dots + U_k^2}; \quad E = \sqrt{E_0^2 + E_1^2 + \dots + E_k^2}. \quad (5.9a, б)$$

Середнє значення несинусоїдного струму визначається за формулою

$$I_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T i dt = I_0, \quad (5.10)$$

тобто середнє за період значення несинусоїдного струму дорівнює його постійній складовій. Зауважимо, що середнє значення синусоїдного струму дорівнює нулю.

Середнє за модулем значення несинусоїдного струму визначається за формулою

$$I_{cpm} = \frac{1}{T} \int_0^T |i| dt. \quad (5.11)$$

В електроенергетичних мережах здебільшого криві напруг та струмів симетричні відносно осі абсцис. Для їх характеристики користуються відповідними коефіцієнтами.

Коефіцієнтом форми k_ϕ називається відношення діючого до середнього за модулем значення

$$k_\phi = \frac{A}{A_{cpm}}. \quad (5.12)$$

7.4.3. Електричні схеми для проведення експериментів і таблиці для запису результатів вимірювань та обчислень

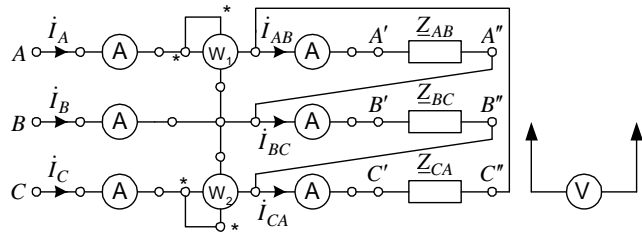


Рис. 7.6. Схема електричного кола при з'єднанні споживачів трикутником.

Таблиця 7.7.

Результати вимірювань

		Режим роботи кола				
		Симетричне навантаження	Обрив лінії	Обрив фази	Несиметричне навантаження	Різномірне навантаження
Лінійні напруги	U_{AB}	В				
	U_{BC}	В				
	U_{CA}	В				
Фазні напруги	$U_{AA'}$	В				
	$U_{BB'}$	В				
	$U_{CC'}$	В				
Лінійні струми	I_A	А				
	I_B	А				
	I_C	А				
Фазні струми	I_{AB}	А				
	I_{BC}	А				
	I_{CA}	А				
Активна потужність	P_{W1}	Вт				
	P_{W2}	Вт				
	$P_{3\phi}$	Вт				

зовнішніх полюсів чотириполюсника. Вони однозначно характеризують режим роботи кола, стосовно його зовнішніх полюсів. Як видно з рівнянь чотириполюсника, у загальному випадку чотириполюсник однозначно задається чотирма коефіцієнтами однієї із вищенаведених форм рівнянь. Між коефіцієнтами різних форм рівнянь існує однозначний зв'язок. Оскільки усі форми рівнянь є рівнозначними, то надалі властивості чотириполюсників та методи їх аналізу будемо проводити на базі рівнянь А-форми.

Аналіз рівнянь взаємного чотириполюсника показує, що визначник системи рівнянь будь-якої форми завжди дорівнює одиниці. Зокрема, для А-форми

$$\Delta A = \underline{A}_{11}\underline{A}_{22} - \underline{A}_{21}\underline{A}_{12} = 1. \quad (6.14)$$

Це означає, що пасивний взаємний чотириполюсник однозначно характеризується тільки трьома незалежними параметрами.

Аналіз рівнянь форм А та В показує, що при взаємній заміні вхідних та вихідних полюсів $\underline{A}_{11} = \underline{B}_{22}$, $\underline{A}_{22} = \underline{B}_{11}$, тобто при використанні А-форми рівнянь необхідно коефіцієнти \underline{A}_{11} та \underline{A}_{22} у рівняннях поміняти місцями. Якщо при такій заміні режим роботи зовнішньої частини кола не зміниться, то такий чотириполюсник називається *симетричним*. За такої умови $\underline{A}_{11} = \underline{A}_{22}$. Таким чином, симетричний чотириполюсник характеризується лише двома незалежними параметрами.

Основні положення. Існує шість форм рівнянь чотириполюсника, які характеризують його режими роботи. Між коефіцієнтами цих форм існує однозначний зв'язок. Визначник системи рівнянь взаємного чотириполюсника будь-якої форми завжди дорівнює одиниці.

6.3. Заступні схеми взаємних чотириполюсників

Оскільки у загальному випадку режим роботи взаємного чотириполюсника визначається трьома незалежними параметрами, то еквівалентна (заступна) схема повинна складатись не менш як із трьох елементів, параметри яких визначаються коефіцієнтами рівнянь чотириполюсника. Рівняння еквівалентної заступної схеми та рівняння чотириполюсника повинні бути ідентичними. Три елементи можуть утворити дві структури: у вигляді зірки або трикутника (Т- або П-подібної заступної схеми).

Установимо залежність між параметрами (коефіцієнтами) рівнянь чотириполюсника та параметрами еквівалентних заступних схем на базі

A – форми рівнянь як найбільш поширеної.

T – подібна заступна схема, або сполучення зіркою, зображена на рис. 6.2

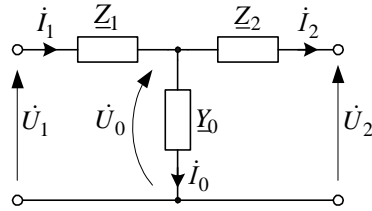


Рис. 6.2.

Виразимо вхідні величини \dot{U}_1 та \dot{I}_1 через вихідні – \dot{U}_2 та \dot{I}_2 . За законами Кірхгофа

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_0 + \dot{I}_2; \quad \dot{U}_0 = \underline{Z}_2 \dot{I}_2 + \dot{U}_2. \quad (6.15a, б)$$

Згідно із законом Ома з урахуванням (6.15a)

$$\dot{I}_0 = \underline{Y}_0 \dot{U}_0 = \underline{Y}_0 (\underline{Z}_2 \dot{I}_2 + \dot{U}_2). \quad (6.15в)$$

Підставивши (6.15в) у (6.15a), отримаємо залежність вхідного струму \dot{I}_1 від вихідних напруги \dot{U}_2 та струму \dot{I}_2

$$\dot{I}_1 = \underline{Y}_0 (\underline{Z}_2 \dot{I}_2 + \dot{U}_2) + \dot{I}_2 = \underline{Y}_0 \dot{U}_2 + (1 + \underline{Z}_2 \underline{Y}_0) \dot{I}_2. \quad (6.16)$$

На підставі другого закону Кірхгофа

$$\dot{U}_1 = \underline{Z}_1 \dot{I}_1 + \dot{U}_0 = \underline{Z}_1 \dot{I}_1 + \underline{Z}_2 \dot{I}_2 + \dot{U}_2. \quad (6.17)$$

Підставивши (6.16) у (6.17), отримаємо залежність вхідної напруги \dot{U}_1 від вихідних напруги \dot{U}_2 та струму \dot{I}_2

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= \underline{Z}_1 (\underline{Y}_0 \dot{U}_2 + (1 + \underline{Z}_2 \underline{Y}_0) \dot{I}_2) + \underline{Z}_2 \dot{I}_2 + \dot{U}_2 = \\ &= (1 + \underline{Z}_2 \underline{Y}_0) \dot{U}_2 + (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_1 \underline{Z}_2 \underline{Y}_0) \dot{I}_2. \end{aligned} \quad (6.18)$$

Оскільки система рівнянь (6.1) та рівняння (6.16), (6.18) повинні бути еквівалентними, то коефіцієнти при координатах \dot{U}_2 та \dot{I}_2 повинні бути рівними. Звідки знаходимо

$$\begin{aligned} \underline{A}_{11} &= 1 + \underline{Z}_2 \underline{Y}_0; & \underline{A}_{22} &= 1 + \underline{Z}_1 \underline{Y}_0; \\ \underline{A}_{21} &= \underline{Y}_0; & \underline{A}_{12} &= \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_1 \underline{Z}_2 \underline{Y}_0 \end{aligned} \quad (6.19)$$

З рівнянь (6.19) можна виразити параметри \underline{Y}_0 , \underline{Z}_1 , \underline{Z}_2 через **A** – параметри

світлитиметься яскравіше від лампи у фазі *C*. Відповідно, напруга на лампі, яка світить яскравіше, випереджає за фазою напругу на лампі, яка світить менш яскраво, про що можна переконавшись, побудувавши векторну діаграму.

7.3.7. Контрольні запитання

7.3.7.1. Як за відомою системою фазних напруг несиметричного споживача, сполученого зіркою, визначити систему лінійних напруг?

7.3.7.2. Чи дорівнює нулеві сума лінійних струмів несиметричного споживача, сполученого зіркою при відсутності нейтрального проводу?

7.3.7.3. Поясніть призначення нейтрального проводу.

7.3.7.4. Чи можна симетрувати систему фазних струмів за допомогою нейтрального проводу?

7.3.7.5. Для чого введено поняття порядку чергування фаз?

7.3.7.6. Які є способи вимірювання активної потужності трифазного кола?

7.4. Дослідження усталеного режиму трифазного електричного кола змінного струму при з'єднанні споживачів трикутником

7.4.1. Мета роботи

Експериментальне дослідження режимів роботи трифазного кола при з'єднанні споживачів трикутником, побудова за результатами експериментальних даних векторних діаграм.

7.4.2. План виконання роботи

7.4.2.1. Ознайомитись з лабораторним стендом і скласти електричне коло згідно зі схемою (рис. 7.6).

7.4.2.2. Виміряти та занести в табл. 7.7 значення вказаних в ній величин:

- при симетричному навантаженні фаз;
- при обриві лінійного проводу (вказаного викладачем);
- при обриві проводу фази (вказаної викладачем);
- при нерівномірному навантаженні фаз;
- при різномірному навантаженні фаз.

Таблиця 7.6.

Результати обчислень

№	Режим кола	Виміри									
		Q_A	Q_B	Q_C	$Q_{зф}$	S_A	S_B	S_C	φ_A	φ_B	φ_C
		вар	вар	вар	вар	ВА	ВА	ВА	-	-	-
Схема трифазного кола з нульовим проводом											
1	Симетричне навантаження										
2	Обрив лінії										
3	Несиметричне навантаження										
Схема трифазного кола без нульового проводу											
1	Симетричне навантаження										
2	Обрив лінії										
3	Несиметричне навантаження										

7.3.5. Опрацювання дослідних даних

7.3.5.1. За результатами експерименту обчислити реактивну та повну потужності окремих фаз і трифазного споживача в цілому, а також кут φ . Результати обчислень занести в табл. 7.6.

7.3.5.2. Записати усі струми та напруги в комплексній формі, прийнявши, що $\dot{U}_A = U_A e^{j0^\circ}$.

7.3.5.3. Побудувати векторні діаграми струмів і напруг для всіх досліджених режимів.

7.3.5.4. Для симетричного режиму перевірити співвідношення між лінійними та фазними напругами.

7.3.5.5. Зробити висновок щодо послідовності чергування фаз у заданому джерелі живлення. Побудувати векторні діаграми для електричного кола (рис. 7.5) при замкненому та розімкненому ключі K .

7.3.6. Методичні настанови до виконання експериментів та опрацювання результатів дослідів

При живленні електричного кола, зображеного на рис. 7.5, симетричною системою напруг (ключ K не замкнений) діючі значення напруг \dot{U}_{BN} і \dot{U}_{CN} на однакових опорах ламп у фазах B та C будуть відрізнятися за величиною ($U_{BN} > U_{CN}$). У зв'язку з цим лампа у фазі B

$$\underline{Y}_0 = \underline{A}_{21}; \quad \underline{Z}_1 = (\underline{A}_{22} - 1) / \underline{A}_{21}; \quad \underline{Z}_2 = (\underline{A}_{11} - 1) / \underline{A}_{21}. \quad (6.20)$$

Для симетричного чотириполюсника $\underline{A}_{11} = \underline{A}_{22}$, а значить $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2$.

П– подібна заступна схема, або сполучення трикутником, зображена на рис. 6.3. З метою визначення її параметрів виразимо вхідну напругу \dot{U}_1 та вхідний струм \dot{I}_1 через вихідну напругу \dot{U}_2 та вихідний струм \dot{I}_2 .

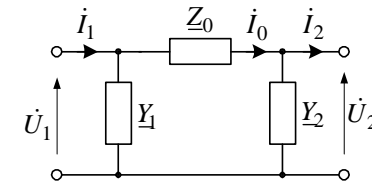


Рис. 6.3.

За другим законом Кірхгофа для схеми рис. 6.3

$$\dot{U}_1 = \underline{Z}_0 \dot{I}_0 + \dot{U}_2 = \underline{Z}_0 (\dot{U}_2 + \dot{I}_2) + \dot{U}_2 = (1 + \underline{Z}_0 \underline{Y}_2) \dot{U}_2 + \underline{Z}_0 \dot{I}_2. \quad (6.21a)$$

Згідно з першим законом Кірхгофа з урахуванням (6.21a) отримаємо

$$\dot{I}_1 = \underline{Y}_1 \dot{U}_1 + \dot{I}_0 = \underline{Y}_1 ((1 + \underline{Z}_0 \underline{Y}_2) \dot{U}_2 + \underline{Z}_0 \dot{I}_2) + \dot{I}_2 + \underline{Y}_2 \dot{U}_2 = \quad (6.21b)$$

$$= (\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_1 \underline{Y}_2 \underline{Z}_0) \dot{U}_2 + (1 + \underline{Z}_0 \underline{Y}_1) \dot{I}_2.$$

З рівнянь (6.21) можна визначити залежності між **A**-параметрами та параметрами **П**-подібної заступної схеми. Вони мають вигляд

$$\underline{A}_{11} = 1 + \underline{Z}_0 \underline{Y}_2; \quad \underline{A}_{22} = 1 + \underline{Z}_0 \underline{Y}_1; \quad \underline{A}_{12} = \underline{Z}_0; \quad \underline{A}_{21} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_1 \underline{Y}_2 \underline{Z}_0; \quad (6.22)$$

$$\underline{Z}_0 = \underline{A}_{12}; \quad \underline{Y}_1 = (\underline{A}_{22} - 1) / \underline{Z}_0; \quad \underline{Y}_2 = (\underline{A}_{11} - 1) / \underline{Z}_0.$$

Для симетричного чотириполюсника $\underline{A}_{11} = \underline{A}_{22}$ і $\underline{Y}_1 = \underline{Y}_2$.

Аналогічно можна визначити залежності між параметрами **T**-подібних або **П**-подібних заступних схем і параметрами чотириполюсника, записаних в кожній із вищезазначених формах рівнянь.

Основні положення. Пасивні взаємні чотириполюсники у загальному випадку характеризуються чотирма коефіцієнтами, серед яких незалежними є лише три, оскільки визначник рівнянь, які його описують, дорівнює одиниці. Відповідно, незалежно від складності внутрішньої електричної схеми чотириполюсника, його можна замінити **T**- або **П**-подібною заступною схемою, до якої входять три пасивні елементи.

6.4. Способи визначення параметрів чотириполюсників

Існує два способи визначення параметрів чотириполюсників: аналітичний – коли відома внутрішня структура (схема) чотириполюсника та її параметри, і експериментальний – коли є фізична модель (реальне коло) чотириполюсника.

Аналітичний спосіб був проілюстрований у попередньому параграфі. Суть його зводилась до наступного: для кола, довільної складності формується система рівнянь за оптимальним методом; в отриманій системі рівнянь струми двох полюсів та напруги між ними (ці полюси задані як вхідні 1–1') виражаємо через струми двох полюсів та напруги між ними (ці полюси задані як вихідні 2–2') (рис. 6.1).

Розглянемо експериментальний спосіб визначення параметрів чотириполюсника.

За аналогією з двополюсниками параметри чотириполюсника можуть бути визначені з дослідів неробочого режиму та короткого замикання. Оскільки прохідний пасивний чотириполюсник характеризується трьома незалежними параметрами, то необхідно провести три експерименти – досліди неробочого режиму та короткого замикання зі сторони однієї пари полюсів і один із дослідів зі сторони другої пари полюсів

Теоретичне обґрунтування експериментального способу визначення параметрів покажемо на прикладі А-форми рівнянь симетричного чотириполюсника

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= \underline{A}_{11}\dot{U}_2 + \underline{A}_{12}\dot{I}_2; \\ \dot{I}_1 &= \underline{A}_{21}\dot{U}_2 + \underline{A}_{22}\dot{I}_2. \end{aligned} \quad (6.23)$$

Як зазначалось раніше, для симетричного пасивного прохідного чотириполюсника маємо дві додаткові умови

$$\underline{A}_{11}\underline{A}_{22} - \underline{A}_{12}\underline{A}_{21} = 1; \quad \underline{A}_{11} = \underline{A}_{22}, \quad (6.24)$$

тобто залишається тільки два незалежних параметри. З урахуванням (6.24) для визначення параметрів достатньо провести лише два експерименти, наприклад, дослід неробочого режиму та короткого замикання зі сторони вхідних полюсів (затискачів).

Дослід неробочого режиму ($\dot{I}_2 = 0$). Із (6.23) витікає, що в режимі відсутності навантаження на виході чотириполюсника $\dot{U}_{10} = \underline{A}_{11}\dot{U}_{20}$, $\dot{I}_{10} = \underline{A}_{21}\dot{U}_{20}$, отже

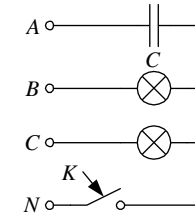


Рис. 7.5. Схема електричного кола для визначення порядку чергування фаз. Таблиця 7.4

Лінійні напруги			Фазні напруги			Перекіс напруг
U_{AB}	U_{BC}	U_{CA}	U'_A	U'_B	U'_C	U_{00}
В	В	В	В	В	В	В
При розімкненому ключі						
При замкненому ключі						

Таблиця 7.5

Результати вимірювань

		Режим кола					
		Схема трифазного кола з нульовим проводом			Схема трифазного кола без нульового проводу		
		Симетричне навантаження	Обрив лінії	Несиметричне навантаження	Симетричне навантаження	Обрив лінії	Несиметричне навантаження
Виміри	$U_{AB}, \text{В}$						
	$U_{BC}, \text{В}$						
	$U_{CA}, \text{В}$						
	$U_{AN}, \text{В}$						
	$U_{BN}, \text{В}$						
	$U_{CN}, \text{В}$						
	$U_{NN}, \text{В}$						
	$I_A, \text{А}$						
	$I_B, \text{А}$						
	$I_C, \text{А}$						
	$I_N, \text{А}$						
	$P_A, \text{Вт}$						
	$P_B, \text{Вт}$						
	$P_C, \text{Вт}$						

7.3. Дослідження усталеного режиму трифазного електричного кола змінного струму при з'єднанні споживачів зіркою

7.3.1. Мета роботи

Експериментальне дослідження режимів роботи трифазного кола при з'єднанні приймачів зіркою, побудова за результатами дослідних даних векторних діаграм струмів та напруг. Визначення послідовності чергування фаз.

7.3.2. План виконання роботи

7.3.2.1. Скласти електричне коло згідно зі схемою рис. 7.4.

7.3.2.2. Виміряти та занести в табл. 7.5 вказані в ній значення величин для електричного кола з нульовим проводом у таких режимах:

- при симетричному навантаженні фаз;
- при обриві лінійного проводу (вказаного викладачем);
- при несиметричному навантаженні фаз.

7.3.2.3. Вимкнути нульовий провід ключем K (рис. 7.4).

7.3.2.4. Виміряти та занести в табл. 7.5 вказані у ній значення величин для електричного кола без нульового проводу у таких режимах:

- при симетричному навантаженні фаз;
- при обриві лінійного проводу;
- при несиметричному навантаженні фаз.

7.3.2.5. Скласти електричне коло згідно зі схемою рис. 7.5.

7.3.2.6. Виміряти та занести в табл. 7.4 вказані в ній величини.

7.3.2.7. Замкнути ключ K , записати в табл. 7.4 нові значення величин та пояснити, які відбулися зміни в режимі кола порівняно з п. 7.3.2.6.

7.3.3. Електричні схеми для проведення експериментів і таблиці для запису результатів вимірювань та обчислень

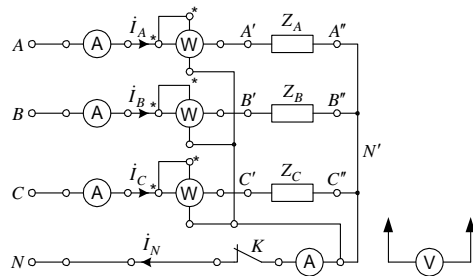


Рис. 7.4. Схема електричного кола при з'єднанні приймачів зіркою.

$$\frac{\dot{U}_{10}}{\dot{I}_{10}} = \frac{A_{11}}{A_{21}} = \underline{Z}_{10} = Z_{10}e^{j\varphi_{10}}, \quad (6.25)$$

де \dot{U}_{10} , \dot{I}_{10} – комплекси напруги та струму на вході чотириполосника, \underline{Z}_{10} комплексний вхідний опір в цьому експерименті.

Дослід короткого замикання ($\dot{U}_2 = 0$). Із (6.23) витікає, що в режимі короткого замикання на виході чотириполосника $\dot{U}_{1k} = \underline{A}_{12}\dot{I}_{2k}$, $\dot{I}_{1k} = \underline{A}_{21}\dot{I}_{2k}$, і за аналогією з (6.25) отримаємо

$$\frac{\dot{U}_{1k}}{\dot{I}_{1k}} = \frac{A_{12}}{A_{21}} = \underline{Z}_{1k} = Z_{1k}e^{j\varphi_{1k}} \quad (6.26)$$

де \dot{U}_{1k} , \dot{I}_{1k} – комплекси напруги та струму в цьому експерименті, а \underline{Z}_{1k} – вхідний опір.

Для того, щоб виразити A -параметри через \underline{Z}_{10} , \underline{Z}_{1k} , необхідно розв'язати систему рівнянь (6.24), (6.25), (6.26). У результаті знаходимо

$$A_{11} = A_{22} = \sqrt{\frac{Z_{10}}{Z_{10} - Z_{1k}}}; \quad A_{12} = A_{11}Z_{1k}; \quad A_{21} = A_{11}/Z_{10}. \quad (6.27)$$

Комплексні вхідні опори \underline{Z}_{10} , \underline{Z}_{1k} чотириполосника, як і двополосника, можуть бути виміряні за допомогою амперметра, вольтметра і фазометра (або ватметра).

Основні положення. Параметри чотириполосника можна визначити аналітично, якщо відома внутрішня схема, або експериментально з дослідів неробочого режиму та короткого замикання. Для прохідного взаємного пасивного чотириполосника необхідно провести три таких дослідів (наприклад, два дослідів зі сторони вхідних полюсів і один зі сторони вихідних), а для симетричного чотириполосника достатньо двох дослідів.

6.5. Характеристичні (вторинні) параметри чотириполосника

Для аналізу електричних кіл, які складаються з чотириполосників, важливим є питання як забезпечення оптимальних умов пересилання енергії через окремий чотириполосник, так і розрахунок зміни вихідних струмів та напруг за модулем та фазою по відношенню до вхідних. З метою спрощення такого аналізу вводяться параметри чотириполосника, які однозначно пов'язані з коефіцієнтами рівнянь чотириполосника і

мають назву *характеристичних параметрів*. До них відносяться *характеристичний опір* і *коефіцієнт передачі*. Ці параметри називають *вторинними*, на відміну від коефіцієнтів рівнянь чотириполосника, які називають *первинними*.

Характеристичні опори чотириполосника визначають режим узгодженого навантаження зі сторони вхідних та вихідних полюсів. Таким чином, несиметричний чотириполосник має два характеристичні опори. Для симетричного чотириполосника вони рівні між собою. Надалі обмежимося аналізом симетричних чотириполосників. Для симетричного чотириполосника існує такий опір \underline{Z}_C , при під'єднанні якого до вихідних полюсів 2–2', вхідний опір \underline{Z}_{ax1} (стосовно полюсів 1–1') стає рівним цьому опоріві, тобто $\underline{Z}_{ax1} = \underline{Z}_{C1}$. Цей опір має назву характеристичного, оскільки він визначається лише параметрами чотириполосника. Навантаження чотириполосника на характеристичний опір називається узгодженим режимом роботи.

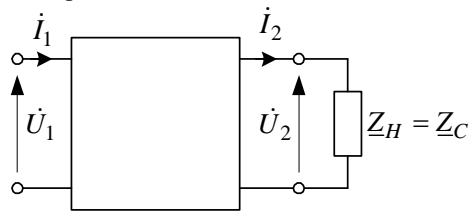


Рис. 6.4.

Виразимо характеристичний опір симетричного чотириполосника через **A**-параметри. Для цього на вихід чотириполосника (рис. 6.4) під'єднаємо опір навантаження $\underline{Z}_H = \underline{Z}_C$ і тоді $\dot{U}_2 = \underline{Z}_C \dot{I}_2$. У відповідності з **A**-формою рівнянь чотириполосника запишемо

$$\dot{U}_1 = \underline{A}_{11} \dot{U}_2 + \underline{A}_{12} \dot{I}_2 = \underline{A}_{11} \underline{Z}_C \dot{I}_2 + \underline{A}_{12} \dot{I}_2. \quad (6.28)$$

$$\dot{I}_1 = \underline{A}_{21} \dot{U}_2 + \underline{A}_{22} \dot{I}_2 = \underline{A}_{21} \underline{Z}_C \dot{I}_2 + \underline{A}_{22} \dot{I}_2. \quad (6.29)$$

Поділивши рівняння (6.28) на рівняння (6.29), отримаємо

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \underline{Z}_{1ax} = \frac{\underline{A}_{11} \underline{Z}_C \dot{I}_2 + \underline{A}_{12} \dot{I}_2}{\underline{A}_{21} \underline{Z}_C \dot{I}_2 + \underline{A}_{22} \dot{I}_2} = \underline{Z}_C. \quad (6.30)$$

Звідки

$$\underline{A}_{11} \underline{Z}_C + \underline{A}_{12} = \underline{A}_{21} \underline{Z}_C^2 + \underline{A}_{22} \underline{Z}_C.$$

Враховуючи, що для симетричного чотириполосника $\underline{A}_{11} = \underline{A}_{22}$,

7.2.4. Опрацювання дослідних даних

7.2.4.1. Користуючись результатами вимірювань, обчислити повний Z_e , активний R_e та реактивний X_e еквівалентні опори всього кола, кут φ зсуву фаз між напругою на вході кола та струмом, реактивні опори котушки та конденсатора, реактивну складову напруги U_L на котушці, хвильовий опір ρ та добротність Q резонансного контура.

7.2.4.2. Побудувати резонансні криві $I_C=I(C)$; $U_L=U_L(C)$; $U_C=U_C(C)$; $\varphi=\varphi(C)$.

7.2.4.3. Побудувати векторні діаграми напруг для трьох випадків $X_L < X_C$; $X_L = X_C$; $X_L > X_C$.

7.2.4.4. Користуючись даними табл. 7.3 й кривими п. 7.2.4.2, знайти величину ємності при резонансі напруг та порівняти її з розрахованою в п. 7.2.2.4.

7.2.4.5. Скласти рівняння балансу реактивних потужностей та перевірити його виконання для резонансного режиму.

7.2.5. Контрольні запитання

7.2.5.1. В чому полягає явище резонансу напруг?

7.2.5.2. Як можна досягнути резонансу напруг у послідовному контурі?

7.2.5.3. Як за показами приладів визначити наявність в електричному колі резонансу напруг?

7.2.5.4. Що таке ідеальний резонансний контур?

7.2.5.5. Чому під час резонансу напруга на котушці більша від напруги на конденсаторі?

7.2.5.6. Чому під час резонансу напруг струм кола максимальний?

7.2.5.7. Що називається добротністю контура і як вона впливає на форму амплітудно-частотної характеристики?

7.2.5.8. Що називається хвильовим опором?

7.2.5.9. Чи залежать добротність контура та хвильовий опір від частоти?

7.2.5.10. За якої умови напруги на реактивних елементах під час резонансу більші від вхідної напруги?

7.2.2.5. Скласти електричне коло для дослідження явища резонансу напруг згідно зі схемою рис. 7.3.

7.2.2.6. Змінюючи величину ємності конденсаторів C , зняти залежності струму й напруг на котушці та конденсаторі від ємності. Значення ємності увімкнених конденсаторів змінювати в сторону зменшення та збільшення від розрахованої в п. 7.2.2.4. Результати експерименту записати в табл. 7.3.

7.2.3. Електричні схеми для проведення експериментів і таблиці для запису результатів вимірювань та обчислень

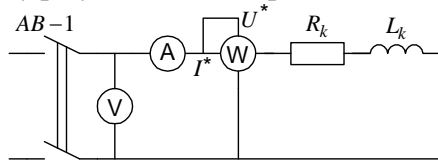


Рис.7.2. Схема електричного кола для дослідження котушки індуктивності.

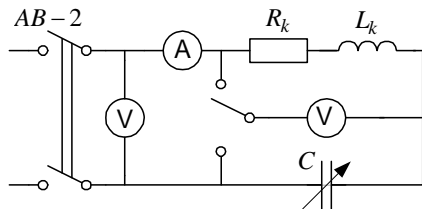


Рис. 7.3. Схема електричного кола для дослідження резонансу напруг

Таблиця 7.2

Результати дослідження котушки

Виміри			Обчислення				
U	I	P	Z_k	R_k	X_k	L_k	C_p
В	А	Вт	Ом	Ом	Ом	Гн	Ф

Таблиця 7.3

Результати дослідження явища резонансу

№	Виміри					Обчислення								
	U	I	U_k	U_c	C	Z_c	R_e	X_c	φ	X_L	X_C	U_L	ρ	Q
	В	А	В	В	мкФ	Ом	Ом	Ом	град	Ом	Ом	В	Ом	Ом ⁻¹
1														
10														

отримаємо вираз для обчислення характеристичного опору через A -параметри

$$Z_C = \sqrt{\frac{A_{12}}{A_{21}}} \quad (6.31)$$

Зауважимо, що характеристичний опір Z_C симетричного чотириполосника, називають повторним, оскільки вхідний опір повторює значення опору навантаження Z_H .

Для визначення коефіцієнта передачі симетричного чотириполосника знайдемо відношення напруги \dot{U}_1 на вході до напруги \dot{U}_2 на виході чотириполосника. Враховуючи, що $\dot{I}_2 = \dot{U}_2 / Z_C$, отримаємо

$$\dot{U}_1 = A_{11}\dot{U}_2 + \frac{1}{Z_C} A_{12}\dot{U}_2, \text{ а відношення вхідної напруги } \dot{U}_1 \text{ до вихідної } \dot{U}_2 \text{ буде рівним}$$

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = A_{11} + \frac{A_{12}}{Z_C} = A_{11} + \sqrt{A_{12} \cdot A_{21}} \quad (6.32)$$

Подібну процедуру здійснимо і для струмів, скориставшись виразом (6.29),

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= A_{21} Z_C \dot{I}_2 + A_{22} \dot{I}_2; \\ \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} &= A_{22} + A_{21} Z_C = A_{22} + \sqrt{A_{12} \cdot A_{21}}. \end{aligned} \quad (6.33)$$

Оскільки для симетричного чотириполосника $A_{11} = A_{22}$, то порівняння (6.32) та (6.33) показує, що відносні зміни напруг та струмів між вхідними та вихідними полюсами однакові

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} \quad (6.34)$$

Для оцінки зміни напруги (струму) на виході чотириполосника по відношенню до вхідної напруги (струму) при узгодженому навантаженні запишемо комплексні напруги \dot{U}_1 та \dot{U}_2 у вигляді

$$\dot{U}_1 = U_1 e^{j\psi_{U1}}; \quad \dot{U}_2 = U_2 e^{j\psi_{U2}} \text{ та знайдемо їх відношення}$$

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = \frac{U_1 e^{j\psi_{U1}}}{U_2 e^{j\psi_{U2}}} = \frac{U_1}{U_2} e^{j(\psi_{U1} - \psi_{U2})} = e^{(\alpha + j\beta)} = e^\alpha \cdot e^{j\beta}, \quad (6.35)$$

де

$$\alpha = \ln \frac{U_1}{U_2} = \ln \frac{I_1}{I_2} - \text{коефіцієнт згасання, який характеризує зміну}$$

напруги за модулем між входом та виходом (безрозмірна величина, одиницею вимірювання якої є непер; згасання в 1 нП відповідає зміні напруги в $e = 2,72$ рази);

$\beta = \psi_{U_1} - \psi_{U_2}$ – коефіцієнт фази, який характеризує зсув фаз між напругами на вході \dot{U}_1 та виході \dot{U}_2 чотириполосника.

Комплексна величина

$$\underline{\Gamma} = \alpha + j\beta = \gamma e^{j\theta} \quad (6.36)$$

називається коефіцієнтом передачі. Вона дорівнює відношенню вхідної напруги (струму) до вихідної напруги (струму) при узгодженому навантаженні чотириполосника

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = e^{\underline{\Gamma}}. \quad (6.37)$$

Покажемо, як складові α та β коефіцієнта передачі визначаються через \mathbf{A} -параметри чотириполосника. Для цього необхідно праву частину рівняння (6.33) записати у показниковій формі

$$\underline{A}_{11} + \sqrt{\underline{A}_{12} \cdot \underline{A}_{21}} = m e^{j\theta}. \quad (6.38)$$

Отже вирази (6.33) та (6.38) повинні бути ідентичними, тобто

$$e^{\underline{\Gamma}} = e^{(\alpha + j\beta)} = m e^{j\theta}; \quad \alpha = \ln m; \quad \beta = \theta. \quad (6.39)$$

Вирази (6.38) та (6.39) дозволяють визначити коефіцієнт загасання α та коефіцієнт фази β через \mathbf{A} -параметри чотириполосника.

Слід зауважити, що коефіцієнт передачі $\underline{\Gamma}$ характеризує режим при узгодженому навантаженні і є параметром чотириполосника, на відміну від передавальної функції, яка визначається при довільному навантаженні.

Основні положення. Коефіцієнти чотириполосника називають первинними параметрами, характеристичний опір і коефіцієнт передачі – вторинними. Для несиметричного пасивного чотириполосника існує два характеристичні опори (зі сторони входу та виходу), для симетричного чотириполосника – вони рівні між собою. Навантаження чотириполосника характеристичним опором називається узгодженим режимом його роботи.

7.1.5. Контрольні запитання

7.1.5.1. Які елементи електричного кола називаються лінійними?

7.1.5.2. Як залежать активний, індуктивний та ємнісний опори від частоти? Побудувати графіки цих залежностей.

7.1.5.3. Як визначається зсув фаз між напругою та струмом пасивного елемента електричного кола змінного струму?

7.1.5.4. Як, користуючись значеннями параметрів послідовної заступної схеми двополосника, обчислити параметри паралельної заступної схеми і навпаки?

7.1.5.5. За допомогою яких вимірювальних приладів можна визначити еквівалентні параметри заступної схеми пасивного електричного кола?

7.1.5.6. У якому випадку активна та реактивна потужності електричного кола чисельно дорівнюють одна одній?

7.1.5.7. Як можна виміряти активний опір котушки індуктивності?

7.1.5.8. Як визначити активну та реактивну складові струму та напруги?

7.1.5.9. Як експериментальним шляхом визначити параметри заступної схеми котушки?

7.2. Дослідження резонансу напруг у лінійному електричному колі змінного струму

7.2.1. Мета роботи

Дослідження явища резонансу при послідовному з'єднанні котушки індуктивності та конденсатора (резонансу напруг), вивчення впливу параметрів електричного кола на режим його роботи, побудова векторних діаграм та частотних характеристик.

7.2.2. План виконання роботи

7.2.2.1. Ознайомитись з лабораторним стендом і скласти електричне коло для визначення параметрів котушки індуктивності згідно зі схемою рис. 7.2.

7.2.2.2. Увімкнути напругу живлення і виміряти напругу, струм та активну потужність. Результати експерименту записати в табл. 7.2.

7.2.2.3. За даними експерименту п. 7.2.2.2 визначити параметри R_k , X_k та L_k котушки. Результати обчислень записати в табл. 7.2.

7.2.2.4. Обчислити та занести в табл. 7.2 значення ємності C_p конденсатора, при якій в зображеному на рис. 7.3 електричному колі настане резонанс, якщо частота напруги живлення 50 Гц.

Таблиця 7.1

Дослідні дані та результати обчислень

		R-L			R-C			R-L-C			
		Реостат	Котушка індуктивності	Все коло	Реостат	Конденсатор	Все коло	Реостат	Котушка індуктивності	Конденсатор	Все коло
Виміри	U	B									
	I	A									
	P	Вт									
Обчислення	Z	Ом									
	R	Ом									
	X	Ом									
	φ	град.									
	Y	Ом									
	G	Ом									
	B	Ом									

7.1.4. Опрацювання дослідних даних

7.1.4.1. Користуючись результатами вимірювань, обчислити параметри послідовних і паралельних заступних схем реостата, котушки індуктивності, конденсатора та всього кола, а також кут зсуву фаз між напругою та струмом у кожному експерименті. Результати обчислень записати в табл. 7.1.

7.1.4.2. За даними експериментів і відповідних обчислень побудувати векторні діаграми напруг та струмів для реостата, котушки індуктивності, конденсатора.

7.1.4.3. За даними експерименту п. 7.1.2.4 побудувати векторні діаграми та трикутник опорів для всього кола.

7.1.4.4. За даними експерименту п. 7.1.2.4 побудувати залежності напруги та струму від часу для реостата, конденсатора, котушки індуктивності та всього кола.

6.6. Рівняння симетричних чотириполюсників у гіперболічній формі

Виразимо A -параметри симетричного чотириполюсника через характеристичні параметри. З порівняння (6.32) та (6.35) витікає, що

$$e^{\Gamma} = \underline{A}_{11} + \sqrt{\underline{A}_{12} \cdot \underline{A}_{21}}. \quad (6.40a)$$

Враховуючи що для симетричного чотириполюсника $\underline{A}_{11}^2 - \underline{A}_{12} \cdot \underline{A}_{21} = 1$, отримаємо

$$e^{-\Gamma} = \underline{A}_{11} - \sqrt{\underline{A}_{12} \cdot \underline{A}_{21}}. \quad (6.40b)$$

На підставі (6.40a) та (6.40b) отримаємо вираз для визначення параметра \underline{A}_{11} (\underline{A}_{22}) за відомим характеристичним параметром Γ

$$\underline{A}_{11} = \underline{A}_{22} = \frac{e^{\Gamma} + e^{-\Gamma}}{2} = \text{ch } \Gamma. \quad (6.41)$$

Для визначення параметрів \underline{A}_{12} та \underline{A}_{21} знайдемо різницю виразів (6.40a) та (6.40b). В результаті отримаємо

$$\sqrt{\underline{A}_{12} \cdot \underline{A}_{21}} = \frac{e^{\Gamma} - e^{-\Gamma}}{2} = \text{sh } \Gamma. \quad (6.42)$$

Домноживши (6.42) на характеристичний опір \underline{Z}_C , з урахуванням (6.31) отримаємо

$$\underline{A}_{12} = \underline{Z}_C \text{sh } \Gamma. \quad (6.43)$$

Якщо (6.42) поділити на \underline{Z}_C , отримаємо

$$\underline{A}_{21} = \frac{1}{\underline{Z}_C} \text{sh } \Gamma. \quad (6.44)$$

З рівнянь (6.41), (6.43), (6.44), (6.28), (6.29) отримаємо рівняння симетричного чотириполюсника у гіперболічній формі при узгодженому навантаженні

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= \dot{U}_2 \text{ch } \Gamma + \underline{Z}_C \dot{I}_2 \text{sh } \Gamma; \\ \dot{I}_1 &= \frac{1}{\underline{Z}_C} \dot{U}_2 \text{sh } \Gamma + \dot{I}_2 \text{ch } \Gamma. \end{aligned} \quad (6.45)$$

Основні положення. Коефіцієнти рівнянь чотириполюсника можна виразити через характеристичні параметри, використовуючи гіперболічні синус та косинус. Такі рівняння називають рівняннями чотириполюсника у гіперболічній формі.

6.7. Способи сполучення чотириполюсників

Для двополюсників є тільки два можливі способи взаємного сполучення, а саме: послідовне, коли через них проходить один і той же струм, і паралельне – коли обидва двополюсники під'єднані до одного джерела напруги. Наявність у прохідних чотириполюсників двох незалежних пар полюсів дозволяє здійснити шість можливих сполучень. Розглянемо коротко ці можливі попарні сполучення чотириполюсників.

Послідовне сполучення передбачає, що вхідні і відповідно вихідні струми чотириполюсників є однаковими. На рис. 6.5 показано два послідовно з'єднані чотириполюсники N та M . Із схеми з'єднання очевидно, що

$$\dot{I}_{1N} = \dot{I}_{1M}; \quad \dot{I}_{2N} = \dot{I}_{2M}, \quad (6.46)$$

тобто вирази (6.46) задовольняють умовам послідовного з'єднання на вході і на виході.

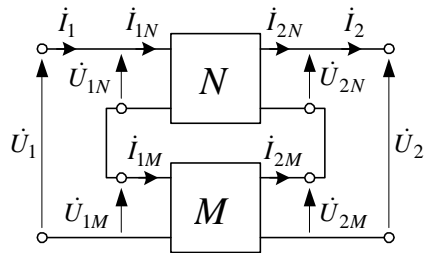


Рис. 6.5.

Два чотириполюсники за аналогією із двополюсниками можуть бути перетворені в один еквівалентний чотириполюсник. Умова перетворення

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{1N} = \dot{I}_{1M}; \quad \dot{I}_2 = \dot{I}_{2N} = \dot{I}_{2M}. \quad (6.47a)$$

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_{1N} + \dot{U}_{1M}; \quad \dot{U}_2 = \dot{U}_{2N} + \dot{U}_{2M}. \quad (6.47b)$$

Тут доцільно скористатися Z -формою (6.8) рівнянь, оскільки необхідно додавати напруги окремих чотириполюсників і на вході, і на виході. Запишемо рівняння для N -чотириполюсника з урахуванням позначень на рис. 6.5

$$\dot{U}_{1N} = Z_{11N}\dot{I}_{1N} + Z_{12N}\dot{I}_{2N}; \quad \dot{U}_{2N} = Z_{21N}\dot{I}_{2N} + Z_{22N}\dot{I}_{2N}. \quad (6.48a)$$

Відповідно для M -чотириполюсника

$$\dot{U}_{1M} = Z_{11M}\dot{I}_{1M} + Z_{12M}\dot{I}_{2M}; \quad \dot{U}_{2M} = Z_{21M}\dot{I}_{2M} + Z_{22M}\dot{I}_{2M}. \quad (6.48b)$$

РОЗДІЛ 7



ЛАБОРАТОРНІ РОБОТИ ТА ЕКЗАМЕНАЦІЙНІ ПИТАННЯ

7.1. Дослідження електричного кола змінного струму при послідовному з'єднанні елементів

7.1.1. Мета роботи

Експериментальне визначення параметрів елементів електричного кола змінного струму: реостата, котушки індуктивності та конденсатора при низьких частотах їх живлення; побудова трикутників опорів і векторних діаграм.

7.1.2. План виконання роботи

7.1.2.1. Ознайомитись з лабораторним стендом і скласти електричне коло згідно зі схемою рис. 7.1.

7.1.2.2. Приєднати до джерела живлення реостат і котушку індуктивності, поставивши перемикач "П" в положення "2". Заміряти напругу, струм і активну потужність кожного елемента й усього кола, під'єднуючи до них по чергово вольтметр разом із обмоткою напруги ватметра. Результати експерименту записати в табл. 7.1.

7.1.2.3. Приєднати до джерела живлення реостат і конденсатор, поставивши перемикач "П" в положення "1". Заміряти напругу, струм і активну потужність кожного елемента й усього кола. Результати експерименту записати в табл. 7.1.

7.1.2.4. Приєднати до джерела живлення реостат, котушку індуктивності та конденсатор, поставивши перемикач "П" в нейтральне положення. Заміряти напругу, струм і активну потужність кожного елемента й усього кола. Результати експерименту записати в табл. 7.1.

7.1.3. Електрична схема для проведення експериментів і таблиці для запису результатів вимірювань та обчислень

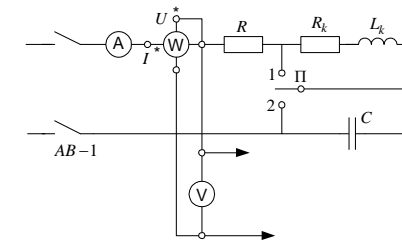


Рис. 7.1. Схема електричного кола.

7. Скільки існує форм рівнянь чотириполосників?
8. Які параметри чотириполосника називаються первинними, а які вторинними?
9. Що називається характеристичним опором чотириполосника? Як він визначається?
10. Що називається коефіцієнтом передачі чотириполосника? Як він визначається?
11. Що характеризує коефіцієнт передачі чотириполосника?
12. Яку величину використовують для характеристики зміни вихідної напруги чотириполосника по відношенню до вхідної за діючим значенням, а яку за фазою?
13. Як визначаються еквівалентні параметри кількох з'єднаних між собою чотириполосників?
14. Якими способами можна з'єднати два чотириполосники?
15. Яке з'єднання чотириполосників називається узгодженим?
16. Як визначається коефіцієнт передачі каскадно з'єднаних пасивних прохідних чотириполосників?

Після підстановки (6.48a) та (6.48б) у (6.47б) з урахуванням (6.47a) отримаємо рівняння еквівалентного чотириполосника у \mathbf{Z} -формі

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= (\underline{Z}_{11N} + \underline{Z}_{11M}) \dot{I}_1 + (\underline{Z}_{12N} + \underline{Z}_{12M}) \dot{I}_2; \\ \dot{U}_2 &= (\underline{Z}_{21N} + \underline{Z}_{21M}) \dot{I}_1 + (\underline{Z}_{22N} + \underline{Z}_{22M}) \dot{I}_2 \end{aligned} \quad (6.49)$$

або у матричній формі

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{Z}_{MN} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}, \quad (6.50)$$

де $\mathbf{Z}_{MN} = \mathbf{Z}_M + \mathbf{Z}_N$, а \mathbf{Z}_{MN} , \mathbf{Z}_M , \mathbf{Z}_N – матриці еквівалентного чотириполосника та складових чотириполосників M і N відповідно.

Отже, перетворення чотириполосників при послідовному сполученні зводиться до додавання матриць \mathbf{Z} -параметрів складових чотириполосників.

Паралельне сполучення передбачає, що напруги на вході і відповідно на виході чотириполосників є однаковими. На рис. 6.6 наведено паралельне з'єднання чотириполосників M та N .

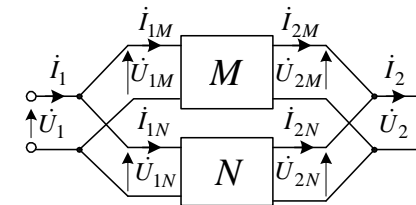


Рис. 6.6.

Очевидно, що

$$\dot{U}_{1M} = \dot{U}_{1N}; \quad \dot{U}_{2M} = \dot{U}_{2N}. \quad (6.51)$$

Вираз (6.51) задовольняє умовам паралельного з'єднання. Зображені на рис. 6.6 чотириполосники можуть бути перетворені в один еквівалентний. Умови перетворення

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \dot{I}_{1M} + \dot{I}_{1N}; & \dot{U}_1 &= \dot{U}_{1M} = \dot{U}_{1N}; \\ \dot{I}_2 &= \dot{I}_{2M} + \dot{I}_{2N}; & \dot{U}_2 &= \dot{U}_{2M} = \dot{U}_{2N}. \end{aligned} \quad (6.52)$$

У цьому випадку для здійснення перетворення згідно з (6.52) доцільно скористатись \mathbf{Y} -формою рівнянь (6.6) чотириполосника. Підставивши рівняння (6.6) у (6.52), за аналогією з перетвореннями, проведеними вище, отримаємо

$$\mathbf{Y}_{MN} = \mathbf{Y}_M + \mathbf{Y}_N. \quad (6.53)$$

Перетворення чотириполосників при паралельному сполученні

зводиться до додавання матриць \mathbf{Y} -параметрів складових чотириполосників.

Змішане сполучення має дві модифікації: послідовно-паралельне сполучення та паралельно-послідовне.

Послідовно-паралельне сполучення передбачає послідовне з'єднання на вході та паралельне на виході чотириполосників.

На рис. 6.7 наведено послідовно-паралельне сполучення чотириполосників M та N .

Умови такого сполучення: на вході

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{1N} = \dot{I}_{1M}; \quad \dot{U}_1 = \dot{U}_{1M} + \dot{U}_{1N}; \quad (6.54)$$

на виході

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_{2N} + \dot{I}_{2M}; \quad \dot{U}_2 = \dot{U}_{2M} = \dot{U}_{2N}. \quad (6.55)$$

Можна довести, що перетворення чотириполосників при послідовно-паралельному сполученні зводиться до додавання матриць (6.12) \mathbf{H} -параметрів

$$\mathbf{H}_{MN} = \mathbf{H}_M + \mathbf{H}_N, \quad (6.56)$$

де \mathbf{H}_{MN} , \mathbf{H}_M , \mathbf{H}_N – матриці \mathbf{H} -параметрів еквівалентного та складових чотириполосників M та N відповідно.

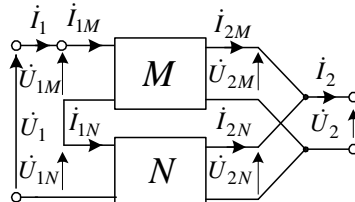


Рис. 6.7.

Паралельно-послідовне сполучення (рис. 6.8) передбачає паралельне з'єднання полюсів на вході та послідовне на виході чотириполосників M та N .

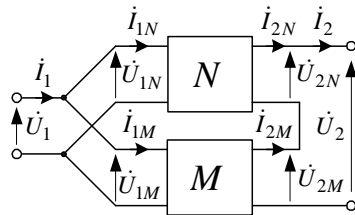


Рис. 6.8.

отримаємо діюче значення вхідної напруги $U_1 = 1,25 \cdot 10 + 10 \cdot 1,0 = 22,5$ В та діюче значення вхідного струму $I_1 = 0,1 \cdot 10 + 1,25 \cdot 1,0 = 2,25$ А.

Задача 6.4. Два однакові симетричні чотириполосника M та N сполучені паралельно (рис. 6.19). Відомі їх матриці \mathbf{Y} -параметрів

$$\mathbf{Y} = \begin{Bmatrix} 0,1 & 0,2 \\ 0,05 & 0,1 \end{Bmatrix}$$
 та діючі значення напруг на вході $U_1=20$ В та виході $U_2=20$ В.

Розрахувати діючі значення вхідного I_1 та вихідного I_2 струмів.

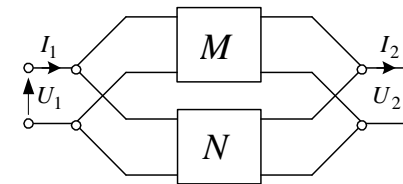


Рис. 6.19.

Згідно з формулою (6.53) результуюча \mathbf{Y}_{MN} -матриця буде рівна

$$\|\mathbf{Y}_{MN}\| = \|\mathbf{Y}_M\| + \|\mathbf{Y}_N\| = \begin{Bmatrix} (0,1+0,1) & (0,2+0,2) \\ (0,05+0,05) & (0,1+0,1) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0,2 & 0,4 \\ 0,1 & 0,2 \end{Bmatrix}.$$

Тоді струми згідно з формулами (6.6) дорівнюють:

$$\text{на вході} \quad I_1 = 0,2 \cdot 20 + 0,4 \cdot 10 = 8 \text{ А};$$

$$\text{на виході} \quad I_2 = 0,1 \cdot 20 + 0,2 \cdot 10 = 4 \text{ А}.$$

6.10. Контрольні запитання

1. Що називається чотириполосником?
2. Які чотириполосники називаються пасивними? Прохідними? Автономними?
3. Скількома рівняннями описується прохідний чотириполосник?
4. Скількома незалежними коефіцієнтами характеризується пасивний чотириполосник?
5. Яке співвідношення між коефіцієнтами пасивного прохідного чотириполосника?
6. Як можна визначити коефіцієнти чотириполосника?

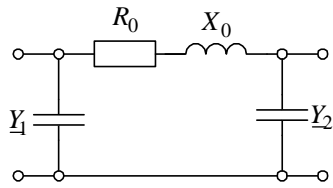


Рис. 6.17.

Із отриманих результатів витікає, що поздовжня вітка має активно-індуктивний опір Z_0 , а поперечні вітки – реактивні провідності Y_1 та Y_2 виключно емнісного характеру.

Рівняння чотириполосника в **A**-формі згідно з (6.1) мають вигляд:

$$\dot{U}_1 = 0,707e^{j45^\circ} \dot{U}_2 + 11,31e^{j45^\circ} \dot{I}_2 \text{ В;}$$

$$\dot{I}_1 = 0,0988e^{j108^\circ 30'} \dot{U}_2 + 0,707e^{j45^\circ} \dot{I}_2 \text{ А.}$$

Задача 6.3. Два однакові симетричні чотириполосники M та N сполучені каскадно (рис. 6.18). Відомі їх матриці **A**-параметрів $\|A_M\| = \|A_N\| = \begin{bmatrix} 0,5 & 10 \\ 0,1 & 0,5 \end{bmatrix}$, вихідний струм $\dot{I}_2 = 1e^{j0}$ А і напруга $\dot{U}_2 = 10e^{j0}$ В. Необхідно розрахувати діючі значення вхідної напруги та струму.

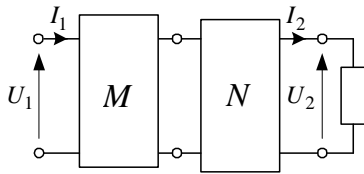


Рис. 6.18.

Розв'язання. Для визначення струму I_1 та напруги U_1 необхідно згідно з формулою (6.60) обчислити параметри результуючої матриці A_{MN} .

$$\|A_{MN}\| = \|A_M\| \cdot \|A_N\| = \begin{bmatrix} 0,5 & 10 \\ 0,1 & 0,5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,5 & 10 \\ 0,1 & 0,5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,25 & 10 \\ 0,1 & 1,25 \end{bmatrix}.$$

Рівняння еквівалентного чотириполосника у відповідності з (6.1) набудуть вигляду

$$\dot{U}_1 = 1,25\dot{U}_2 + 10\dot{I}_2.$$

$$\dot{I}_1 = 0,1\dot{U}_2 + 1,25\dot{I}_2.$$

Підставляючи в отримані рівняння задані в умовах задачі \dot{U}_2 та \dot{I}_2 ,

Умови паралельно-послідовного сполучення мають вигляд: на вході

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_{1M} = \dot{U}_{1N}; \quad \dot{I}_1 = \dot{I}_{1N} + \dot{I}_{1M}, \quad (6.57a)$$

на виході

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_{2N} + \dot{U}_{2M}; \quad \dot{I}_2 = \dot{I}_{2N} = \dot{I}_{2M}. \quad (6.57b)$$

Відповідно, умови перетворення для паралельно-послідовного сполучення мають вигляд:

$$G_{MN} = G_M + G_N. \quad (6.58)$$

Каскадне сполучення (пряме) передбачає під'єднання до вихідних полюсів чотириполосника M вхідних полюсів чотириполосника N (рис. 6.9). Очевидно, що такому сполученню відповідають умови

$$\dot{U}_{1N} = \dot{U}_{2M}; \quad \dot{I}_{1N} = \dot{I}_{2M}. \quad (6.59)$$

Для еквівалентного перетворення, показаних на рис. 6.9 чотириполосників M та N , їх рівняння доцільно записати в **A**-формі рівнянь. Доведено, що матриця еквівалентної схеми буде дорівнювати добутку **A**-матриць каскадно сполучених чотириполосників

$$A_{MN} = A_M \cdot A_N. \quad (6.60)$$

Каскадно з'єднані чотириполосники називають також *ланцюговою схемою*. І якщо ці чотириполосники ідентичні, то така схема називається *однорідною ланцюговою схемою*.

Іноколи застосовується *зворотне* каскадне сполучення чотириполосників, при якому струми мають напрям (напрямок передачі енергії), протилежний до показаного на рис. 6.9.

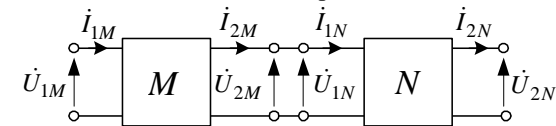


Рис. 6.9.

Для еквівалентного перетворення зворотного каскадного сполучення чотириполосників доцільно застосовувати **B**-форму рівнянь, і за аналогією з попереднім отримаємо

$$B_{NM} = B_N \cdot B_M \quad (6.61)$$

Основні положення. Якщо два або кілька чотириполосників з'єднані між собою, то коефіцієнти еквівалентного чотириполосника можуть бути визначені через коефіцієнти складових чотириполосників за формулами, які залежать від способу їх з'єднання.

6.8. Рівняння активних автономних чотириполюсників

Як зазначалось в п.б.1, у активних автономних чотириполюсниках за відсутності під'єднаних до зовнішніх полюсів джерел полюсні струми (\dot{I}_1, \dot{I}_2) та міжполюсні напруги (\dot{U}_1, \dot{U}_2) як на вході, так і на виході не дорівнюють нулеві. Система рівнянь вигляду (6.1) для цього випадку стає нечинною, оскільки при короткому замиканні первинних 1-1' та відповідно вторинних 2-2' виводів (полюсів), тобто при $\dot{U}_1 = 0$ та $\dot{U}_2 = 0$ струми \dot{I}_1 та \dot{I}_2 також повинні бути рівні нулю, що не відповідає умовам автономності та активності, а саме $\dot{I}_{1k} \neq 0$; $\dot{I}_{2k} \neq 0$. Це стосується і неробочого режиму, коли при $\dot{I}_1 = 0$, $\dot{I}_2 = 0$, напруги неробочого режиму на вході \dot{U}_{10} та на виході \dot{U}_{20} не дорівнюють нулеві.

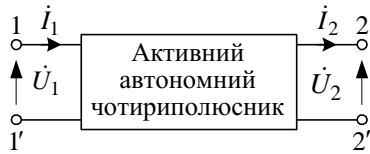


Рис. 6.10.

Для формування рівнянь активного автономного чотириполюсника (рис. 6.10) застосуємо теорему про активний двополюсник окремо для входу та виходу. В результаті отримаємо дві можливі еквівалентні схеми: варіант з джерелами напруг (рис. 6.11) та варіант з джерелами струмів (рис. 6.12). Сформуємо рівняння для отриманих еквівалентних схем.

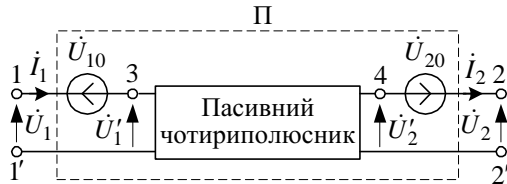


Рис.6.11.

Чотириполюсник рис. 6.11 стосовно полюсів 3-1' та 4-2' є пасивним, його А-форма рівнянь має вигляд

Необхідно визначити А-параметри досліджуваного чотириполюсника, нарисувати П-подібну заступну схему чотириполюсника та розрахувати її параметри, а також записати рівняння чотириполюсника в А-формі.

Розв'язання. Для обчислення А-параметрів чотириполюсника необхідно попередньо розрахувати опори Z_{10} та Z_{1k} (вхідні комплексні опори)

$$Z_{10} = \frac{U_{10}}{I_{10}} = \frac{10}{1,4} = 7,143 \text{ Ом};$$

$$\varphi_{10} = \arccos \frac{P_{10}}{U_{10} I_{10}} = \arccos \frac{6,25}{10 \cdot 1,4} = 61^\circ 30'.$$

В умовах експерименту зазначено, що $\varphi_{10} < 0$, отже $Z_{10} = 7,143e^{-j61^\circ 30'}$ Ом.

За аналогією

$$Z_{1k} = \frac{U_{1k}}{I_{1k}} = \frac{10}{0,625} = 16 \text{ Ом};$$

$$\varphi_{1k} = \arccos \frac{P_{1k}}{U_{1k} I_{1k}} = \arccos \frac{6,25}{0,625 \cdot 10} = 0;$$

$$Z_{1k} = 16e^{j0} \text{ Ом}.$$

Згідно з (6.24)

$$\underline{A}_{11} = \underline{A}_{22} = \sqrt{\frac{Z_{10}}{Z_{10} - Z_{1k}}} = \sqrt{\frac{7,43e^{-j61^\circ 30'}}{7,43e^{-j61^\circ 30'} - 16e^{j0}}} = 0,707e^{j45^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{A}_{12} = \underline{A}_{11} Z_{1k} = 0,707e^{j45^\circ} \cdot 16e^{j0} = 11,31e^{j45^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{A}_{21} = \underline{A}_{11} / Z_{10} = 0,707e^{j45^\circ} / 7,143e^{-j61^\circ 30'} = 0,0988e^{j108^\circ 30'} \text{ Ом}^{-1}.$$

На рис. 6.17 показана П-подібна заступна схема чотириполюсника, параметри якої визначаються за формулами (6.22).

$$Z_0 = \underline{A}_{12} = 11,31e^{j45^\circ} = R_0 + jX_0 = (8 + j8) \text{ Ом};$$

$$Y_1 = Y_2 = \frac{1}{Z_0} (\underline{A}_{11} - 1) = \frac{1 \cdot e^{j45^\circ}}{11,31} (1 - 0,707e^{j45^\circ}) = j0,0625 \text{ Ом}^{-1}.$$

Комплексна потужність на вході

$$\underline{S}_1 = \dot{U}_1 I_1^* = P_1 + jQ_1 = 34,82e^{j60^\circ} \cdot 2,01e^{-j60^\circ} = (70 + j0) \text{ ВА.}$$

Отже $P_1 = 70$ Вт; $Q_1 = 0$ вар.

$$\text{Коефіцієнт корисної дії } \eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{70}{70} = 1.$$

д) Для побудови діаграм струмів та напруг необхідно обчислити величини.

$$\dot{U}_{L_2} = \underline{Z}_2 \dot{I}_2 = j10 \cdot 2,01e^{j0^\circ} = 20,1e^{j90^\circ} \text{ В;}$$

$$\dot{U}_{C_0} = \dot{U}_2 + \dot{U}_{L_2} = 34,82e^{j0^\circ} + 20,1e^{j90^\circ} = 40,15e^{j30^\circ} \text{ В;}$$

$$\dot{I}_{C_0} = \underline{Y}_0 \dot{U}_{C_0} = j0,05 \cdot 40,15e^{j30^\circ} = 2,01e^{j120^\circ} \text{ А;}$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{C_0} + \dot{I}_2 = 2,01e^{j120^\circ} + 2,01e^{j0^\circ} = 2,01e^{j60^\circ} \text{ А;}$$

$$\dot{U}_{L_1} = \underline{Z}_1 \dot{I}_1 = j10 \cdot 2,01e^{j60^\circ} = 20,1e^{j150^\circ} \text{ В;}$$

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_{C_0} + \dot{U}_{L_1} = 40,15e^{j30^\circ} + 20,1e^{j150^\circ} = 34,82e^{j60^\circ} \text{ В.}$$

На підставі обчислених векторів на рис. 6.15 побудовані діаграми напруг та струмів.

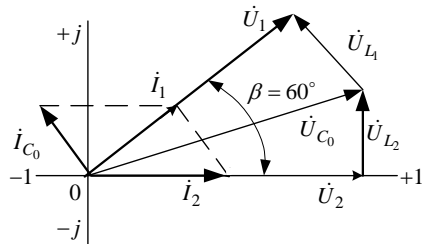


Рис. 6.15.

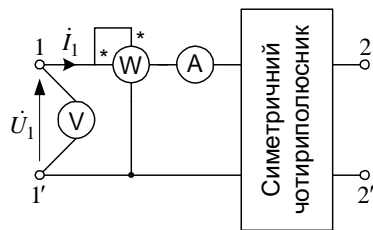


Рис. 6.16.

Задача 6.2. Відомі результати дослідів неробочого режиму та короткого замикання симетричного чотириполосника (рис. 6.16).

$$I_{10} = 1,4 \text{ А; } U_{10} = 10 \text{ В;}$$

$$P_{10} = 6,25 \text{ Вт; } \varphi_{10} < 0;$$

$$I_{1k} = 0,625 \text{ А; } U_{1k} = 10 \text{ В;}$$

$$P_{1k} = 6,25 \text{ Вт.}$$

$$\dot{U}'_1 = \underline{A}_{11} \dot{U}'_2 + \underline{A}_{12} \dot{I}'_2 \quad (6.62)$$

$$\dot{I}'_1 = \underline{A}_{21} \dot{U}'_2 + \underline{A}_{22} \dot{I}'_2$$

Очевидно, що

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_{10} + \dot{U}'_1 \quad \dot{U}_2 = \dot{U}_{20} + \dot{U}'_2 \quad (6.63)$$

$$\dot{I}'_1 = \dot{I}_1 \quad \dot{I}'_2 = \dot{I}_2$$

Підставляючи (6.63) у (6.62), отримаємо рівняння активного автономного чотириполосника у варіанті з джерелами напруг

$$\dot{U}_1 = \underline{A}_{11} \dot{U}_2 + \underline{A}_{12} \dot{I}_2 + (\dot{U}_{10} - \underline{A}_{11} \dot{U}_{20}) \quad (6.64)$$

$$\dot{I}_1 = \underline{A}_{21} \dot{U}_2 + \underline{A}_{22} \dot{I}_2 - \underline{A}_{21} \dot{U}_{20}$$

Для варіанту схеми з джерелами струмів рівняння (6.62) необхідно перетворити. У відповідності з рис. 6.12, враховуючи, що

$$\begin{aligned} I'_1 &= I_1 - I'_{1k}; & I'_2 &= I_2 + I'_{2k}; \\ \dot{U}'_1 &= \dot{U}_1; & \dot{U}'_2 &= \dot{U}_2. \end{aligned} \quad (6.65)$$

Підставляючи (6.65) в (6.62), отримаємо рівняння активного автономного чотириполосника у варіанті з джерелами струмів

$$\dot{U}_1 = \underline{A}_{11} \dot{U}_2 + \underline{A}_{12} \dot{I}_2 + \underline{A}_{12} \dot{I}'_{2k} \quad (6.66)$$

$$\dot{I}_1 = \underline{A}_{21} \dot{U}_2 + \underline{A}_{22} \dot{I}_2 + \dot{I}'_{1k} + \underline{A}_{22} \dot{I}'_{2k}$$

Таким чином, для аналізу активних автономних чотириполосників можна використовувати методи розрахунку пасивних чотириполосників.



Рис. 6.12.

Основні положення. Активний чотириполосник можна звести шляхом еквівалентних перетворень до відповідно з'єднаних пасивного чотириполосника і джерел електричної енергії, що дає змогу застосувати до його аналізу теорію пасивних чотириполосників.

6.9. Приклади розв'язування задач

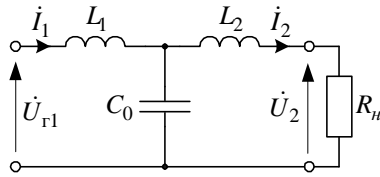


Рис. 6.13.

Задача 6.1. Відомі первинні параметри зображеного на рис. 6.13 симетричного чотириполосника (безвратного реактивного фільтра) $L_1=L_2=L=0,01$ Гн; $C_0=10^{-5}$ Ф. До його виходу під'єднано навантаження, опір R_n якого дорівнює характеристичному опоріві Z_c чотириполосника. Потужність навантаження $P_n=70,0$ Вт, а частота живлення $\omega=1000$ с $^{-1}$.

Обчислити:

- A -параметри чотириполосника та перевірити рівність одиниці детермінанту рівнянь;
- характеристичний опір, коефіцієнт передачі при заданій частоті та опір навантаження;
- вхідні опори при короткому замиканні та неробочому режимі;
- вхідні струми, напруги, комплексну потужність та коефіцієнт корисної дії фільтра;
- побудувати векторні діаграми струмів та напруг.

Розв'язання. Розрахунок проводимо комплексним методом. Відповідна комплексна схема електричного кола (рис. 6.13) має вигляд, зображений на рис. 6.14.

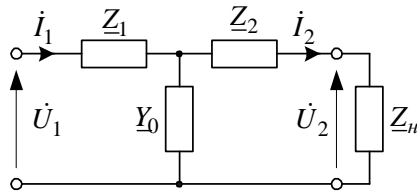


Рис. 6.14.

Очевидно, що

$$Z_1 = Z_2 = Z = j\omega L = j0,1 \cdot 100 = j10 \text{ Ом};$$

$$Y_0 = j\omega C_0 = j1000 \cdot 5 \cdot 10^{-5} = j0,05 \text{ Ом}^{-1}.$$

- Розрахуємо A -параметри згідно з формулами (6.19) з урахуванням позначень рис. 6.14.

$$A_{11} = A_{22} = 1 + ZY_0 = 1 + j10 \cdot j0,05 = 0,5;$$

$$A_{12} = Z_1 + Z_2 + Z_1 Z_2 Y_0 = j10 + j10 + j10 \cdot j10 \cdot j0,05 = j15 \text{ Ом};$$

$$A_{21} = Y_0 = j0,05 \text{ Ом}^{-1}.$$

Обчислимо детермінант системи рівнянь A -форми згідно з (6.14)

$$\Delta A = A_{11} \cdot A_{22} - A_{12} \cdot A_{21} = 0,5 \cdot 0,5 - (j15 \cdot j0,05) = 0,25 + 0,75 = 1,0;$$

- Обчислимо характеристичний опір Z_c та коефіцієнт передачі Γ при частоті $\omega = 1000$ с $^{-1}$.

Характеристичний опір симетричного чотириполосника обчислюємо за формулою (6.31)

$$Z_c = \sqrt{\frac{A_{12}}{A_{21}}} = \sqrt{\frac{j15}{j0,05}} = 17,32 \text{ Ом}.$$

Це означає, що опір навантаження $Z_n = Z_c$ є резистивний, тобто $Z_n = R_n = 17,32$ Ом.

Згідно з (6.40) коефіцієнт передачі Γ визначаємо через A -параметри:

$$e^\Gamma = A_{11} + \sqrt{A_{12}A_{21}} = 0,5 + \sqrt{(j15) \cdot (j0,05)} = 1 \cdot e^{j60^\circ} = e^\alpha \cdot e^{j\beta}.$$

Таким чином, $e^\alpha = 1$, $\alpha = 0$, $e^{j\beta} = e^{j60^\circ}$; $\beta = 60^\circ$.

- Вхідні опори при неробочому режимі Z_{10} та короткому замиканні Z_{1k} обчислюються за формулами (6.25) та (6.26)

$$Z_{10} = \frac{A_{11}}{A_{21}} = \frac{0,5}{j0,05} = -j10 \text{ Ом}; \quad Z_{1k} = \frac{A_{12}}{A_{21}} = \frac{j15}{j0,05} = 300 \text{ Ом}.$$

- Для розрахунку напруги та струму на вході чотириполосника, необхідно попередньо обчислити струм та напруги на його виході (на навантаженні). Оскільки $P_n = R_n I_2^2$, $R_n = Z_c$, то:

$$I_2 = \sqrt{\frac{P_n}{R_n}} = \sqrt{\frac{70}{17,32}} = 2,01 \text{ А}.$$

Прийемо початкову фазу вихідного струму $\psi_{i2} = 0$, тобто

$$I_2 = I_2 \cdot e^{j\psi_{i2}} = 2,01 e^{j0^\circ} \text{ А}.$$

Напруга на виході $\dot{U}_2 = R_2 I_2 = 17,32 \cdot 2,01 e^{j0^\circ} = 34,82 e^{j0^\circ}$ В.

Вхідні напругу та струм визначаємо згідно з формулами (6.37) з урахуванням, що $\Gamma = \alpha + j\beta = 0^\circ + j60^\circ$,

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 e^{j\Gamma} = 34,82 e^{j60^\circ} \text{ В}; \quad \dot{I}_1 = \dot{I}_2 e^{j\Gamma} = 2,01 e^{j60^\circ} \text{ А}.$$

Результати обчислень

№	Режим роботи кола	Повна потужність			Реактивна потужність			Активна потужність		
		S_{AB}	S_{BC}	S_{CA}	Q_{AB}	Q_{BC}	Q_{CA}	P_{AB}	P_{BC}	P_{CA}
		ВА	ВА	ВА	вар	вар	вар	А	А	А
1	Симетричне навантаження									
2	Обрив лінії									
3	Обрив фази									
4	Несиметричне навантаження									
5	Різномірне навантаження									

НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ

МАЛЯР Василь Сафронівч
ШЕГЕДИН Олександр Іванович

Відповідальний за випуск В.М. Піча

Підписано до друку з оригінал-макета
Формат 60×84/16. Папір друк. №2. Гарнітура Тип Таймс.
Друк офсетний. Умовн. друк. арк. 10,5. Умовн. фарбовідб. 11,3.ПП «Магнолія 2006»
а/с 431, м. Львів-53, 79053, Україна,
тел./факс 240-54-84; 245-63-70
e-mail: magnol@lviv.farlep.net
Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи
до Державного реєстру видавців, виготівників і
розповсюджувачів видавничої продукції:
серія ДК № 2534 від 21.06.2006 року
видане Державним комітетом інформаційної політики,
телебачення та радіомовлення УкраїниНадруковано у друкарні видавництва «Магнолія 2006»
м. Львів, вул. Луганська 1 Б.

7.4.4. Опрацювання дослідних даних

7.4.4.1. Користуючись результатами вимірювань, обчислити значення всіх величин, вказаних в таблиці 7.8.

7.4.4.2. Обчислити реактивну потужність симетричного трифазного споживача і кут зсуву фаз між його напругами та струмами.

7.4.4.3. Записати значення усіх струмів і напруг у комплексній формі, прийнявши, що $\dot{U}_{AB} = U_{AB} e^{j0^\circ}$.

7.4.4.4. Побудувати векторні діаграми струмів і напруг для всіх досліджених режимів.

7.4.4.5. Для симетричного режиму перевірити співвідношення між фазними та лінійними струмами.

7.4.5. Методичні настанови до виконання дослідів і опрацювання дослідних даних

7.4.5.1. При використанні методу двох ватметрів для вимірювання потужності трифазного несиметричного приймача визначити кут φ для кожної фази неможливо, оскільки

$$P_{3\varphi} = P_{W_1} + P_{W_2} = U_{AB} I_{AB} \cos \varphi_{AB} + U_{BC} I_{BC} \cos \varphi_{BC} + U_{CA} I_{CA} \cos \varphi_{CA}.$$

7.4.5.2. При вимірюванні потужності за методом двох ватметрів, необхідно слідкувати за положенням перемикача полярності ватметрів. Якщо в обох ватметрах положення перемикача ідентичне, то $P_{3\varphi} = P_{W_1} + P_{W_2}$, в іншому випадку $P_{3\varphi} = P_{W_1} - P_{W_2}$.

7.4.6. Контрольні запитання

7.4.6.1. Які переваги зв'язаних трифазних систем перед незв'язаними?

7.4.6.2. Які переваги з'єднання приймачів зіркою з нульовим проводом порівняно з трикутником?

7.4.6.3. Як визначати лінійні струми за відомими фазними струмами у симетричному трифазному колі?

7.4.6.4. Чи дорівнює нулевій сума лінійних напруг при несиметричному навантаженні?

7.5. Дослідження пасивного прохідного чотириполюсника

7.5.1. Мета роботи

Експериментальне визначення коефіцієнтів рівнянь лінійного пасивного прохідного чотириполюсника та дослідження режиму його роботи при змінному навантаженні.

7.5.2. План виконання роботи

7.5.2.1. Ознайомитись з лабораторним стендом і скласти електричне коло згідно з рис. 7.7 при прямому вмиканні чотириполюсника.

7.5.2.2. Здійснити досліди неробочого режиму та короткого замикання. Результати експериментів записати в табл. 7.9.

7.5.2.3. Дослідити роботу чотириполюсника при змінному активному (реактивному) навантаженні (за вказівкою викладача). Результати експерименту записати в табл. 7.11.

7.5.2.4. Скласти електричне коло при оберненому увімкненні чотириполюсника згідно з рис. 7.8. Здійснити досліди неробочого режиму та режиму короткого замикання при живленні з боку вторинних затискачів. Результати експериментів записати в табл. 7.11.

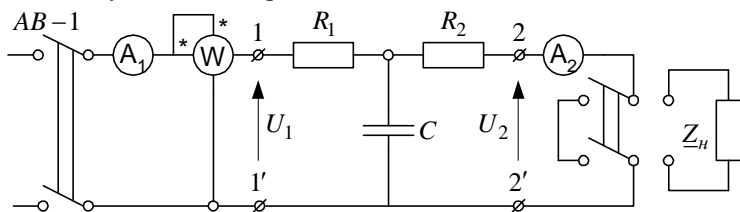


Рис. 7.7. Схема електричного кола прямого вмикання чотириполюсника.

ЛІТЕРАТУРА

1. Баскаков С.И. Лекции по теории цепей. – М.: Изд-во МЭИ, 1992. – 224 с.
2. Белецкий А.Ф. Теория линейных электрических цепей. – М.: Радио и связь, 1985. – 544 с.
3. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. – М.: Гардарики, 2002. – 638 с.
4. Бирюков В.И., Попов В.П., Семенов В.И. Сборник задач по теории цепей. – М.: Высшая школа, 1989. – 270 с.
5. Блажеквич Б.И. Основы теории линейных электрических квл. – К.: Наукова думка, 1964. – 442 с.
6. Добротворский Н.Н. Теория электрических цепей. – М.: Радио и связь, 1994. – 360 с.
7. Зевеке Г.В., Ионкин П.А., Нетушил А.В., Страхов С.В. Основы теории цепей. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 528 с.
8. Лінійні електричні кола змінного струму: Інструкції та методичні настанови до лабораторних робіт з теоретичної електротехніки для студентів електротехнічних спеціальностей/В.С. Маляр, О.І. Шегедин. – Львів: НУ "Львівська політехніка", 1998. – 40 с.
9. Максимович Н.Г., Куделько И.Б. Сборник программированных задач по теоретическим основам электротехники. – Львов: Высшая школа, 1976. – 503 с.
10. Матханов П.Н. Основы анализа электрических цепей. Линейные цепи. – М.: Высшая школа, 1981. – 333 с.
11. Нейман Л.Р. Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники.– Л.: Энергоатомиздат, 1981. – 536 с. (т. 1), 416 с., (т.2).
12. Перхач В.С. Теоретична електротехніка. Лінійні кола: Підручник. – К.: Вища школа, 1992. – 450 с.
13. Попов В.П. Основы теории цепей. – М.: Высш. школа, 1985. – 496 с.
14. Прянишников В.А. Теоретические основы электротехники: Учеб. пособие – СПб: Корона, 2000. – 368 с.
15. Сборник задач по теоретическим основам электротехники: Учеб. пособие/Л.А. Бессонов, И.Г. Демидова, М.Е. Зарудин и др.; Под ред. Бессонова Л.А. – М.: Высшая школа, 1980.– 472 с.
16. Теоретичні основи електротехніки (теорія електричних кіл): Контрольні завдання та методичні вказівки до самостійної роботи студентів заочної та екстернатної форм навчання електротехнічних спеціальностей/Укл. О.І. Шегедин, В.С. Маляр. – Львів: НУ "Львівська політехніка". – 2001. – 56с.
17. Фриск В.В. Основы теории цепей: Учебн. пособие. – М.: РадиоСофт, 2002. – 288 с.
18. Чабан В.Й. Теоретична електротехніка: Навч. посібник. – Львів: Фенікс, 2002. – 240 с.
19. Шебес М.Р., Каблукова М.В. Задачник по теории линейных электрических цепей: Учеб. пособие. – М.: Высш. школа, 1990.– 544 с.

35. Параметри електричних кіл при несинусоїдних періодичних струмах.
36. Розрахунок лінійних електричних кіл з несинусоїдними джерелами енергії.
37. Особливості резонансних режимів у колах з несинусоїдними струмами.
38. Потужності (активна, реактивна, повна та спотворень) в колах періодичного несинусоїдного струму.
39. Генерування трифазної ЕРС. Способи представлення ЕРС трифазних кіл. Способи з'єднання в трифазному колі. Фазні та лінійні величини, нульовий провід.
40. Вимірювання активної потужності в трифазних колах.
41. Розрахунок симетричних та несиметричних трифазних кіл.
42. Метод симетричних складових. Розклад несиметричної трифазної системи електричних величин на симетричні складові.
43. Розрахунок трифазного кола методом симетричних складових при поздовжній несиметрії.
44. Розрахунок трифазного кола методом симетричних складових при поперечній несиметрії.
45. Визначення потужності трифазного кола через симетричні складові струмів і напруг.
46. Багатополюсні елементи електричного кола. Чотириполюсники та їх класифікація.
47. Рівняння лінійного прохідного чотириполюсника.
48. Зворотнє включення чотириполюсника. Взаємність чотириполюсника, симетрія чотириполюсника.
49. Заступні схеми взаємного прохідного чотириполюсника.
50. Шість форм рівнянь чотириполюсника. Суть коефіцієнтів рівнянь чотириполюсника.
51. Експериментальне визначення коефіцієнтів прохідного чотириполюсника.
52. Характеристичні параметри чотириполюсника. Коефіцієнт передачі, коефіцієнт послаблення та коефіцієнт фази.
53. Рівняння чотириполюсника, виражені через характеристичні параметри.

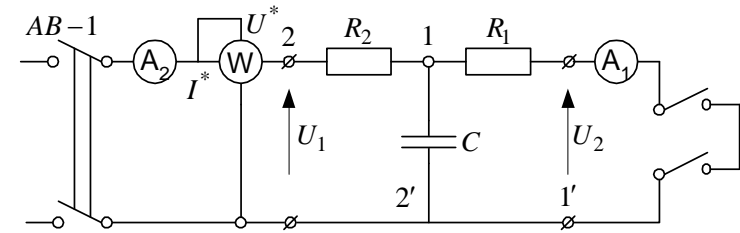


Рис. 7.8. Схема електричного кола оберненого вмикання чотириполюсника.

Таблиця 7.9.

Результати дослідження чотириполюсника при прямому вмиканні

Режими роботи чотириполюсника	Виміри						Обчислення
	U_1	I_1	P_1	U_2	I_2	U_{12}	Z_{10}, Z_{1k}
	В	А	Вт	В	А	В	Ом
Неробочий режим							
Коротке замикання							

Таблиця 7.10.

Результати дослідження чотириполюсника при оберненому вмиканні

Режими роботи чотириполюсника	Виміри						Обчислення
	U_2	I_2	P_2	U_1	I_1	U_{21}	Z_{20}, Z_{2k}
	В	А	Вт	В	А	В	Ом
Неробочий режим							
Коротке замикання							

Таблиця 7.11

Результати дослідження чотириполюсника при змінному навантаженні

№ п\п	Виміри							Обчислення		
	U_1	I_1	P_1	U_2	I_2	U_{12}	$\cos \varphi_1$	P_2	η	Z_n
	В	А	Вт	В	А	В	–	Вт	–	Ом
1.										
⋮										⋮
10.										

7.5.3. Опрацювання дослідних даних

7.5.3.1. Користуючись результатами вимірювань, обчислити значення всіх величин, вказаних в табл. 7.9, 7.10, 7.11.

7.5.3.2. Визначити коефіцієнти A -форми рівнянь чотириполосника.

7.5.3.3. Визначити параметри T - та Π -подібних заступних схем чотириполосника та зобразити їх на рисунках.

7.5.3.4. Визначити зсув фази напруги на виході чотириполосника стосовно напруги на вході при прямому вмиканні.

7.5.3.5. Визначити характеристичний опір досліджуваного чотириполосника.

7.5.4. Контрольні запитання

7.5.4.1. Скількима незалежними параметрами характеризується прохідний пасивний чотириполосник?

7.5.4.2. За допомогою яких дослідів можна експериментально визначити коефіцієнти несиметричного та симетричного чотириполосників?

7.5.4.3. Яка залежність між коефіцієнтами чотириполосника?

7.5.4.4. Що таке характеристичні опори несиметричного чотириполосника? Як їх можна визначити?

7.5.4.5. Що називається коефіцієнтом поширення (постійною передачею) симетричного чотириполосника?

7.5.4.6. Чи може коефіцієнт згасання симетричного пасивного чотириполосника бути від'ємним?

7.5.4.7. Чи може в пасивному прохідному чотириполоснику вихідна напруга перевищувати вхідну?

7.6. Екзаменаційні питання

1. Джерела електричної енергії і їх вольт-амперні характеристики.
2. Електричне коло та його елементи. Лінійні та нелінійні електричні кола.
3. Потенціал, різниця потенціалів, ЕРС, напруга.
4. Електричний струм, густина струму. Принцип неперервності електричного струму.
5. Еквівалентні перетворення в електричному колі.
6. Розрахунок електричного кола методом накладання.
7. Закони Ома та Кірхгофа для електричних кіл постійного струму.

8. Метод контурних струмів.

9. Метод вузлових напруг.

10. Метод еквівалентного генератора. Теорема компенсації.

11. Передача енергії від активного двополюсника до пасивного. Узгоджене навантаження.

12. Потужність в колі постійного струму. Баланс потужностей. Вимірювання потужності.

13. Основні параметри, що характеризують синусоїдні електричні величини (ЕРС, напругу, струм). Пасивні елементи електричних кіл змінного струму та їх рівняння.

14. Середні та діючі значення синусоїдних струмів, напруг, ЕРС.

15. Відображення синусоїдних величин за допомогою комплексних чисел.

16. Резистор в колі змінного струму.

17. Індуктивна котушка в колі змінного струму.

18. Конденсатор в колі змінного струму.

19. Закони Ома та Кірхгофа для електричних кіл змінного струму.

20. Символічний метод розрахунку електричних кіл синусоїдного струму.

21. Основні закони електричних кіл в комплексній формі.

22. Послідовне з'єднання резистора, конденсатора та котушки індуктивності в колі змінного струму. Трикутник опорів.

23. Паралельне з'єднання резистора, конденсатора та котушки індуктивності в колі змінного струму. Трикутник провідностей.

24. Потужність в колі змінного струму. Вимірювання потужності. Комплексна потужність. Покази ватметра. Трикутник потужностей.

25. Баланс потужностей в колі синусоїдного струму.

26. Коефіцієнт потужності ($\cos \phi$) споживача, його значення та способи покращення.

27. Активна та реактивна складові напруги і струму двополюсника.

28. Явище та закон електромагнітної індукції. Власна та взаємна індуктивність. Коефіцієнт зв'язку.

29. Аналіз електричних кіл з індуктивно зв'язаними елементами.

30. Лінійний трансформатор. Принцип дії, рівняння, заступна схема.

31. Резонанс напруг. Характеристичний опір. Частотні характеристики. Добротність.

32. Резонанс струмів. Частотні характеристики.

33. Періодичні несинусоїдні величини та їх представлення сумою гармонік. Властивості симетричних періодичних несинусоїдних кривих.

34. Середнє та діюче значення несинусоїдних періодичних величин. Коефіцієнти, що характеризують форму кривої.