

*Лавріненко Н. М., Латинін С. М.,  
Фортуна В. В., Бескровний О. І.*

# ОСНОВИ ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

*Навчальний посібник*

2-ге видання, стереотипне



“Магнолія 2006”  
Львів

УДК 519.86(075.8)  
О-75

*Відтворення цієї книги або будь-якої її частини заборонено без письмової згоди видавництва. Будь-які спроби порушення авторських прав будуть переслідуватися у судовому порядку.*

*Гриф надано Міністерством освіти та науки України*

**Рецензенти:**

*Христіановський В. В.* – д. е. н., професор Донецького національного університету, зав. кафедри математики і математичних методів в економіці;

*Тарасенко С. В.* – д. ф.-м. н., професор кафедри “Вищої математики” Донецького національного технічного університету;

*Румянцев В. В.* – д. ф.-м. н., професор кафедри “Менеджменту” Донецького інституту міського господарства;

*Петренко А. Д.* – д. ф.-м. н., професор кафедри “Вищої математики” Донецького національного технічного університету.

**Лаврінченко Н. М., Латинін С. М., Фортунa В. В., Бескровний О. І.**

**О-75 Основи економіко-математичного моделювання:** Навч. посіб. – 2-ге видання, стереотипне – Львів: “Магнолія 2006” – 540 с.

ISBN 978-617-574-000-2

“Магнолія 2006”

Посібник призначений для використання у навчальному процесі і для самостійної роботи студентів економічних спеціальностей.

У посібнику викладено теоретичні основи лінійного програмування, основи теорії двоїстості, теорії цілочислового, дробово-лінійного, параметричного та динамічного програмування. Розглянуто теорію парного, багатофакторного регресійного аналізу, теорію систем економетричних рівнянь, теорію загальних економетричних моделей. До кожного розділу додається навчальний тренінг, у якому запропоновано контрольні запитання і завдання для самостійної роботи. Для контролю засвоєння теми в цілому наведено тестові завдання та комплексні індивідуальні контрольні завдання.

**УДК 519.86(075.8)**

ISBN 978-617-574-000-2

© Лаврінченко Н. М., Латинін С. М.,  
Фортунa В. В., Бескровний О. І.  
©“Магнолія 2006”

# ЗМІСТ

ВСТУП .....	9
-------------	---

## Частина I ЗАДАЧІ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

### РОЗДІЛ 1. МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ..... 13

1.1. Концептуальні аспекти математичного моделювання економіки .....	14
1.2. Моделювання в економіці .....	19
1.3. Класифікація економіко-математичних моделей .....	23
1.4. Приклади задач лінійного програмування .....	27
1.4.1. Задача про складання раціону (задача про суміші, задача про дієту) .....	28
1.4.2. Задача про оптимальне використання ресурсів (задача планування виробництва) .....	29
1.4.3. Задача про розкрій матеріалів .....	31
1.4.4. Задача про завантаження обладнання .....	33

<i>Навчальний тренінг</i> .....	35
---------------------------------	----

### РОЗДІЛ 2. ОСНОВНІ ВЛАСТИВОСТІ ЗАДАЧ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ..... 39

2.1. Загальна задача лінійного програмування .....	39
2.2. Форми запису загальної задачі лінійного програмування .....	40
2.3. Властивості задачі лінійного програмування .....	44
2.4. Властивості допустимої множини та множини розв'язків задачі лінійного програмування .....	46

<i>Навчальний тренінг</i> .....	52
---------------------------------	----

### РОЗДІЛ 3. ГРАФІЧНИЙ МЕТОД РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ ..... 54

3.1. Графічний метод розв'язання задачі лінійного програмування з $n = 2$ змінними .....	54
3.2. Графічний метод розв'язання задачі лінійного програмування з $n > 2$ змінними ( $n - m = 2$ ) .....	67
3.3. Застосування графічного методу для розв'язання економічних задач. Аналіз лінійних моделей на чутливість .....	73

<i>Навчальний тренінг</i> .....	80
---------------------------------	----

### РОЗДІЛ 4. РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ СИМПЛЕКС-МЕТОДОМ ..... 83

4.1. Алгоритм знаходження початкового опорного плану .....	84
4.2. Поліпшення неоптимального базисного плану .....	88

4.3. Таблична форма симплекс-методу .....	94
4.3.1. Симплекс-метод із стандартним базисом .....	94
4.3.2. Поняття виродженості задач лінійного програмування .....	104
4.3.3. Метод штучного базису розв'язування задачі лінійного програмування .....	110
<i>Навчальний тренінг</i> .....	115

## **РОЗДІЛ 5. ОСНОВИ ТЕОРІЇ ДВОЇСТОСТІ ТА ЯКІСНИЙ АНАЛІЗ ЛІНІЙНИХ МОДЕЛЕЙ ОПТИМІЗАЦІЙНИХ ЗАДАЧ .....**

5.1. Види двоїстих задач .....	118
5.2. Основні теореми двоїстості та їх економічна інтерпретація .....	124
5.3. Економіко-математичний аналіз оптимального розв'язку задач лінійного програмування .....	135
5.4. Двоїстий симплекс-метод .....	144
5.5. Узагальнений симплекс-метод .....	150
<i>Навчальний тренінг</i> .....	155

## **РОЗДІЛ 6. ЗАДАЧІ ТА МОДЕЛІ РОЗПОДІЛУ РЕСУРСІВ .....**

6.1. Транспортна задача .....	159
6.2. Відкрита модель транспортної задачі .....	168
6.3. Альтернативні оптимальні розподіли постачань .....	170
6.4. Ускладнені задачі транспортного типу .....	173
6.5. Мінімізація порожнього пробігу .....	176
6.6. Застосування моделі ТЗ до інших економічних задач .....	179
6.7. Задача про призначення .....	182
6.8. Розподільчі задачі загального типу .....	183
<i>Навчальний тренінг</i> .....	189

## **РОЗДІЛ 7. ТАБЛИЧНИЙ ПРОЦЕСОР MS EXCEL. РОЗВ'ЯЗАННЯ ОПТИМІЗАЦІЙНИХ ЗАДАЧ .....**

7.1. Принципи розв'язання задач на персональному комп'ютері .....	191
7.2. Розв'язання задач математичного програмування .....	192
7.3. Приклади розв'язання задач лінійного програмування .....	198
<i>Навчальний тренінг</i> .....	211

## **Частина II ЗАДАЧІ НЕЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ**

### **РОЗДІЛ 8. ПАРАМЕТРИЧНЕ ПРОГРАМУВАННЯ .....**

8.1. Постановка задачі .....	213
8.2. Лінійне програмування з параметром у цільовій функції .....	214
8.3. Графічна інтерпретація розв'язання задачі .....	219
8.4. Задачі з параметром у правій частині .....	222
<i>Навчальний тренінг</i> .....	226

<b>РОЗДІЛ 9. ЗАДАЧА ДРОБОВО-ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ .....</b>	<b>229</b>
9.1. Постановка задачі дробово-лінійного програмування.....	229
9.2. Приведення задачі дробово-лінійного програмування до задачі лінійного програмування .....	230
9.3. Розв'язання задачі дробово-лінійного програмування .....	231
9.4. Графічне розв'язання задачі дробово-лінійного програмування .....	233
9.5. Особливості розв'язання задач дробово-лінійного програмування з допомогою табличного процесора MS EXCEL .....	238
<i>Навчальний тренінг</i> .....	240
<b>РОЗДІЛ 10. ЦІЛОЧИСЛОВЕ ПРОГРАМУВАННЯ.....</b>	<b>242</b>
10.1. Постановка задачі цілочислового програмування .....	242
10.2. Метод Гоморрі .....	244
10.3. Метод гілок та меж .....	251
<i>Навчальний тренінг</i> .....	256
<b>РОЗДІЛ 11. ДИНАМІЧНЕ ПРОГРАМУВАННЯ .....</b>	<b>259</b>
11.1. Постановка задачі динамічного програмування .....	260
11.2. Принцип оптимальності .....	261
11.3. Алгоритм розв'язання задач динамічного програмування .....	261
11.4. Задача про оптимальну заміну обладнання .....	262
11.5. Задача оптимального розподілу обмежених ресурсів.....	266
11.6. Задача про оптимальне розміщення підприємств .....	271
<i>Навчальний тренінг</i> .....	274

### **Частина III ЕКОНОМЕТРИЧНІ МОДЕЛІ**

<b>РОЗДІЛ 12. ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ПОЛОЖЕННЯ РЕГРЕСІЙНОГО АНАЛІЗУ .....</b>	<b>278</b>
12.1. Кореляційна залежність .....	278
12.2. Основні математичні поняття, які використовуються в регресійному аналізі .....	280
12.3. Передумови використання методу найменших квадратів.....	282
12.4. Основні вибіркові розподіли .....	284
12.5. Точкові і інтервальні оцінки .....	286
12.6. Перевірка статистичних гіпотез .....	291
<b>РОЗДІЛ 13. ПАРНИЙ РЕГРЕСІЙНИЙ АНАЛІЗ .....</b>	<b>294</b>
13.1. Лінійна парна регресія. Метод найменших квадратів .....	294
13.2. Властивості оцінок .....	296
13.3. Лінійний коефіцієнт кореляції. Коефіцієнт еластичності .....	297
13.4. Коефіцієнт детермінації .....	298

13.5. Оцінка значущості рівняння регресії .....	300
13.6. Прогноз залежної змінної. Інтервальна оцінка функції регресії та її параметрів .....	304
13.7. Знаходження рівняння парної регресії .....	307
13.8. Нелінійна парна регресія .....	310
13.9. Дослідження нелінійних рівнянь парної регресії .....	314
13.10. Знаходження нелінійного рівняння парної регресії .....	316
13.11. Побудова парної регресії за допомогою MS Excel .....	320
13.12. Побудова графіку функції регресії за допомогою MS Excel .....	322
13.13. Метод максимальної правдоподібності .....	328
13.14. МП-оцінки параметрів для лінійної моделі .....	329
<i>Навчальний тренінг</i> .....	331
<b>РОЗДІЛ 14. БАГАТОФАКТОРНИЙ РЕГРЕСІЙНИЙ АНАЛІЗ .....</b>	<b>334</b>
14.1. Класична нормальна лінійна модель багатофакторної регресії .....	334
14.2. Оцінка параметрів класичної багатофакторної моделі методом ІМНК .....	335
14.3. Коефіцієнти детермінації, кореляції, еластичності. Оцінка значущості багатофакторної регресії .....	337
14.4. Перевірка значущості параметрів рівняння регресії та коефіцієнта кореляції. Теорема Гаусса-Маркова .....	340
14.5. Прогноз залежної змінної .....	343
14.6. Знаходження двофакторної моделі лінійної регресії .....	345
14.7. Специфікація моделі .....	349
14.8. Використання пакету АНАЛИЗ ДАННЫХ для розрахунку параметрів парної і багатофакторної регресії .....	352
14.9. Використання пакету MS Excel для розрахунку параметрів парної і багатофакторної регресії за формулами .....	355
<i>Навчальний тренінг</i> .....	364
<b>РОЗДІЛ 15. ДЕЯКІ АСПЕКТИ БАГАТОФАКТОРНОЇ РЕГРЕСІЇ .....</b>	<b>365</b>
15.1. Поняття, наслідки, ознаки мультиколінеарності .....	365
15.2. Алгоритм Фаррара-Глобера .....	367
15.3. Перевірка на наявність мультиколінеарності за алгоритмом Фаррара-Глобера .....	369
15.4. Методи усунення мультиколінеарності .....	373
15.5. Часткові коефіцієнти кореляції .....	375
15.6. Фіктивні змінні .....	378
15.7. Побудова економетричної моделі з фіктивними змінними .....	382
15.8. Покроковий регресійний аналіз .....	384
15.9. Покрокова регресія виключення .....	386
<i>Навчальний тренінг</i> .....	387

<b>РОЗДІЛ 16. ГЕТЕРОСКЕДАСТИЧНІСТЬ .....</b>	<b>389</b>
16.1. Поняття гетероскедастичності і гомоскедастичності. Наслідки гетероскедастичності .....	389
16.2. Виявлення гетероскедастичності. Тест Гольдфельда-Квандта .....	391
16.3. Дослідження даних на наявність гетероскедастичності за тестом Гольдфельда-Квандта .....	393
16.4. Виявлення гетероскедастичності. Тест рангової кореляції Спірмена ...	395
16.5. Дослідження даних на наявність гетероскедастичності за тестом рангової кореляції Спірмена .....	397
16.6. Непараметричний тест Гольдфельда-Квандта .....	399
<i>Навчальний тренінг</i> .....	400
 <b>РОЗДІЛ 17. АВТОКОРЕЛЯЦІЯ .....</b>	<b>401</b>
17.1. Поняття автокореляції. Наслідки автокореляції .....	401
17.2. Критерій Дарбіна-Уотсона .....	402
17.3. Дослідження моделі на наявність автокореляції залишків .....	404
<i>Навчальний тренінг</i> .....	405
 <b>РОЗДІЛ 18. УЗАГАЛЬНЕНИЙ МЕТОД НАЙМЕНШИХ КВАДРАТІВ (МЕТОД ЕЙТКЕНА) .....</b>	<b>406</b>
18.1. Виправлення гетероскедастичності за допомогою узагальненого метода найменших квадратів(УМНК) .....	406
18.2. Оцінка параметрів моделі з гетероскедастичністю методом Ейткена .....	410
18.3. Методи оцінки параметрів моделі з автокореляцією. Прогноз за моделлю .....	414
18.4. Оцінка параметрів моделі з автокореляцією методом Ейткена ....	419
<i>Навчальний тренінг</i> .....	422
 <b>РОЗДІЛ 19. СИСТЕМИ ЕКОНОМЕТРИЧНИХ РІВНЯНЬ .....</b>	<b>423</b>
19.1. Основні типи систем економетричних рівнянь .....	423
19.2. Проблеми ідентифікації .....	426
19.3. Непрямий метод найменших квадратів (НМНК) .....	428
19.4. Оцінювання системи одночасних рівнянь. Двокроковий метод найменших квадратів .....	432
19.4.1. Запис структурної форми у матричному вигляді .....	432
19.4.2. Оцінка структурних коефіцієнтів методом 2МНК .....	433
19.4.3. Оцінка методом 2МНК інших статистичних характеристик ....	439
19.5. Оцінка параметрів системи одночасних рівнянь методом 2МНК ...	442
<i>Навчальний тренінг</i> .....	447

<b>ЛІТЕРАТУРА .....</b>	<b>449</b>
<b>ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЖЧИК .....</b>	<b>451</b>
<b>ВІДПОВІДІ НА ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ .....</b>	<b>455</b>
<b>КОМПЛЕКСНІ ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ .....</b>	<b>475</b>
<b>ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ .....</b>	<b>512</b>
<i>Додаток 1.</i> Таблиця 5 %-ого і 1 %-ого рівнів ймовірності коефіцієнтів автокореляції .....	533
<i>Додаток 2.</i> Критичні значення $DW_L$ і $DW_U$ для коефіцієнта автокореляції залишків критерію Дарбіна-Уотсона для $\alpha = 0,05$ .....	534
<i>Додаток 3.</i> Значення критерію Пірсона $\chi^2(\alpha, n)$ .....	536
<i>Додаток 4.</i> 95 %-квантилі розподілу Фішера $F(\alpha, k_1, k_2)$ .....	537
<i>Додаток 5.</i> Квантилі розподілу Стьюдента $t(\alpha, n)$ .....	539

Математичну думку породила  
потреба розуму побудувати модель  
навколишнього світу.

*У. Рейхан*

## ВСТУП

*Сучасна економіка* – наука про об'єктивні закономірності функціонування й розвитку суспільства – характеризується повсюдним застосуванням математики. Усе більше зростає роль математики як фундаменту для підготовки фахівців фінансово-економічного профілю. Математичні методи й моделі є складовою частиною методів і моделей економічної теорії. Їхнє використання разом з економічним аналізом відкриває нові перспективи для економічної науки й практики. Головним інструментом дослідження й прогнозування економічних об'єктів і явищ стала економіко-математична модель. Для оволодіння інструментом економіко-математичного моделювання студент повинен знати математичні методи, і вміти самостійно застосовувати ці знання для побудови економіко-математичних моделей.

Економіко-математичну модель визначають як внутрішньо несуперечливу замкнуту систему математичних співвідношень, що відображає певні властивості досліджуваного реального явища або процесу. При побудові моделей економісти виділяють істотні фактори, які визначають розглядуване явище, і відкидають деталі, несуттєві для рішення поставленої проблеми. Формалізація основних особливостей функціонування економічних об'єктів дає можливість оцінити можливі наслідки впливу на них і використовувати отримані оцінки в керуванні. Для прийняття обґрунтованого й ефективного рішення необхідно мати і обробити великий масив інформації, який іноді визначається складними обчисленнями. Прийняття відповідних рішень також пов'язане з великими матеріальними витратами. Сьогодні недостатньо знати рішення, яке веде до досягнення цілі. Необхідно із всіх можливих рішень вибрати найбільш економічно вигідне, оптимальне, яке найкраще відповідає поставленій економічній задачі.

Для більшості класів економічних задач математичні моделі вже побудовані. Симбіоз прикладних фахівців і професійних математиків сприяє неухильному розширенню таких класів досліджених задач. У цей час завдяки сучасним комп'ютерним технологіям можливості математичного моделювання практично необмежені, але скористатися ними можуть лише ті фахівці, які вільно володіють математичними методами. Без математичного опису процесів, без строгих математичних формулювань сучасний рівень управління і планування не може бути досягнутий.

В сучасному інформаційному суспільстві спеціаліст повинен відповідати певним вимогам, а також розвивати наявність таких умінь, як виділяти з інформації головне і другорядне; бачити інформацію в цілому, а не фрагментарно;

встановлювати асоціативні зв'язки між інформаційними повідомленнями; інтерпретувати інформацію, отримані результати, передбачати і прогнозувати наслідки прийнятих рішень. Завдання підвищення рівня самостійної навчальної діяльності студентів є одним із пріоритетів Болонського процесу. Ринок праці висуває вимоги не тільки до рівня фундаментальних знань потенційного працівника взагалі, а й до рівня його професійної компетенції. Наявність “чистих” математичних знань не є кінцевою вимогою до підготовки фахівців. Цінність математичних знань, в першу чергу, у тому, що вони є базою для інших, насамперед спеціальних предметів. Тому важливо розділяти базові (породжені логікою самої науки, яка відповідає сучасним уявленням) та варіативні (скориговані вимогами до професійних знань) елементи математичної освіти. У професійній підготовці фахівців математика є базовою дисципліною, свого роду міждисциплінарною мовою.

До числа найважливіших для економістів галузей математики відноситься *економіко-математичне моделювання*. Справа у тому, що головним інструментом дослідження і прогнозування економічних об'єктів та явищ стали економіко-математичні моделі, які використовуються для опису взаємозв'язку економічних структур, їх динаміки у часі, залежності від ряду факторів тощо. Одним з найбільш компактних способів опису таких структур, часто дуже складних, є матричне відображення. Використання матриць дозволяє не тільки формалізувати поставлену проблему, але й використовувати в економічних розрахунках методи матричної алгебри.

Даний навчальний посібник покликаний допомогти майбутнім економістам в оволодінні методами математичного програмування і економетричного моделювання, націлений на стимулювання й самоорганізацію систематичної навчальної діяльності студентів. У ньому містяться не тільки основні теоретичні положення, знання яких необхідно кожному грамотному економістові, але й численні приклади їхнього використання. Посібник складається з трьох частин. У *першій частині* розглянуто моделі лінійного програмування – постановка і приклади типових задач, теоретичні основи методів розв'язування, симплексний метод, теорія двоїстості та її економічна інтерпретація, двоїстий симплексний метод, розподільчі задачі, застосування табличного процесора MS Excel до розв'язування задач лінійного програмування.

Більшість економічних і технологічних процесів мають нелінійний, динамічний і стохастичний характер і розвиваються в умовах невизначеності. Для завдань нелінійного програмування на відміну від лінійних завдань немає єдиного методу розв'язування. Залежно від виду цільової функції й системи обмежень розроблені спеціальні методи знаходження розв'язку, до яких відносяться графічний метод, метод множників Лагранжа, градієнтні методи, наближені методи.

Крім нелінійного характеру, економічні процеси можуть мати й динамічний характер, оскільки функціонують і розвиваються не тільки в просторі, але й у часі. Розробка стратегічних і тактичних планів розвитку галузі, регіону або

окремого підприємства зводиться до побудови динамічних моделей, рішення яких знаходять методами динамічного програмування. Одним з основних методів динамічного програмування є метод рекурентних співвідношень, в основі якого лежить використання принципу оптимальності. Методика розв'язання задач динамічного програмування базується на розбивці задачі на кроки, на кожному з яких приймається рішення, оптимальне на цьому кроці.

У *другій частині* розглядаються задачі цілочислового програмування, дробово-лінійного програмування, параметричного програмування, динамічного програмування.

В *третьій частині* посібника розглядаються економетричні моделі.

Економетрика входить в число базових дисциплін сучасної економічної освіти. **Економетрика** – це порівняно молодий розділ економіко-математичного моделювання.

Вперше термін економетрика ввів український вчений *П. Щемпа*, який в 1910 р. видав у Львові книгу *“Нариси економетрії і природної теорії бухгалтерії, яка ґрунтується на політичній економії”*.

Галузь науки *“економетрика”*, відома під такою назвою лише з 1930 р., коли було засновано економетричне товариство. 29 грудня 1930 р. з ініціативи *І. Фішера, Р. Фріша, Я. Тінбергена, І. Шумпетера, О.Андерсена* і інших вчених на засіданні Американської асоціації розвитку науки (США, Клівленд, штат Огайо) було створено економетричне товариство, на якому норвезький вчений *Р. Фріш* і дав новій науці назву – економетрика. З 1933 р. під редакцією *Р. Фріша* став виходити журнал *“Економетрика”* (*“Ekonometrika”*), який на даний час відіграє важливу роль в економетричних дослідженнях.

За кордоном перші праці з економетрії належать американському вченому *Р. Муру*, який в 1911 р. видав книгу, яка може вважатися економетричною *“Закони заробітної плати: есе з статистичної економіки”*.

Серед економетричних моделей можна виділити три основних типи: регресійні моделі з одним рівнянням, моделі часових рядів, системи економетричних рівнянь.

В регресійних моделях з одним рівнянням залежна (пояснювана) змінна  $Y$  представляється у вигляді функції від пояснюючих (незалежних) змінних  $X_1, \dots, X_p$ .

Регресійні моделі є структурними, тобто такими, що відображають сутність, структуру, внутрішні взаємозв'язки досліджуваного економічного об'єкта чи явища. Така регресійна модель кількісно описує взаємозв'язок між вихідними показниками  $X$  економічної системи та результативним показником  $Y$ . У загальному випадку регресійну модель можна записати

$$Y = f(X, u),$$

де  $u$  – випадкова або стохастична складова економетричної моделі.

Показники  $X$  бувають не випадковими і стохастичними (випадковими), але так як  $u$  – випадкова величина, то і залежна змінна  $Y$  також випадкова незалежно від того, якою є пояснююча змінна  $X$ . Отже, економетрична модель завжди є стохастичною.

Залежно від виду функції  $f(X, u)$  моделі бувають лінійними і нелінійними. В залежності від кількості змінних від яких залежить функція  $f(X, u)$  розрізняють моделі парної і багатофакторної регресії.

Встановлення виду функції  $f(X, u)$  є задачею регресійного аналізу.

Моделі часових (динамічних) рядів. В загальному випадку при дослідженні економічного динамічного ряду можна виділити кілька складових

$$y = T(t) + S(t) + C(t) + u,$$

де  $T(t)$  – часовий тренд, який відображає основну тенденцію розвитку економічного процесу,  $S(t)$  – сезонна компонента,  $C(t)$  – циклічна компонента,  $u$  – випадкова складова. Вважається, що найважливішою задачею при дослідженні економічних часових рядів є виділення і статистичне оцінювання основної тенденції розвитку економічного процесу.

Системи економетричних рівнянь. Системи можуть включати як регресійні рівняння, так і тотожності. Регресійні рівняння в якості пояснюючих змінних можуть включати як зовнішні (незалежні) змінні, так і пояснювані змінні із інших рівнянь. Такі системи вимагають створення спеціальних методів дослідження.

Можна виділити такі **етапи економетричного дослідження**:

- ☞ специфікація економетричної моделі;
- ☞ збір і підготовка економічної інформації;
- ☞ оцінка параметрів економетричної моделі;
- ☞ перевірка моделі на достовірність;
- ☞ прогнозування на основі економетричної моделі.

Всі теми викладаються за єдиним методичним принципом: спочатку формулюються основні означення, теореми, потім розглядаються економіко-математичні моделі з детальним викладом алгоритму їхнього розв'язання. Краще розібратися в теоретичному матеріалі й перевірити рівень його засвоєння допоможуть питання для самоконтролю та задачі для самостійного розв'язання з відповідями, які пропонуються до кожного розділу. Скорочення загального обсягу аудиторних занять приводить до того, що частину лекційного й практичного матеріалу студент вивчає в ході самостійної роботи. При цьому самостійна робота розглядається як проведення навчальних занять під керівництвом, але без особистої участі викладача, так і індивідуальна робота, виконувана вдома. У зв'язку із цим, в останньому розділі пропонуються тестові завдання та 30 варіантів завдань для індивідуального самостійного розв'язання, що дозволяють перевіряти практичні навички студентів з ключових питань дисципліни й здійснювати контроль знань за модульно-рейтинговою системою. Зміст, структура та методика викладання матеріалу сприятимуть індивідуалізації навчального процесу.

НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

**ЛАВРІНЕНКО** Наталя Михайлівна  
**ЛАТИНІН** Сергій Миколайович  
**ФОРТУНА** Василь Васильович  
**БЕСКРОВНИЙ** Олексій Іванович

# **ОСНОВИ ЕКОНОМІКО- МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ**

*Навчальний посібник*

2-ге видання, стереотипне

Формат 70×100/16. Умовн. друк. арк. 46,2. Гарнітура Таймс Нью Роман

ПП “Магнолія 2006”

м. Львів-53, 79053, Україна, тел.+380503701957

e-mail: magnol06@ukr.net

Свідоцтво про внесення суб’єкта видавничої справи  
до Державного реєстру видавців, виготівників і розповсюджувачів видавничої продукції:  
серія ДК № 2534 від 21.06.2006 року,  
видане Державним комітетом інформаційної політики,  
телебачення та радіомовлення України

Надруковано у друкарні видавництва “Магнолія 2006”