

**В.Я. Воропаєва, В.І. Бессараб,
В.В. Турупалов, В.В. Червинський**

ТЕОРІЯ ТЕЛЕТРАФІКУ

**НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК ДЛЯ СТУДЕНТІВ НАПРЯМКУ
ПІДГОТОВКИ "ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЇ"**

УДК 621.395.61(075.8)

Т 33

Рецензенти:

М.М. Климаш, д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри телекомунікацій національного університету «Львівська політехніка»;

С.І. Приходько, д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри транспортного зв'язку Української державної академії залізничного транспорту;

А.О.Каргін, д-р техн. наук, професор, декан фізичного факультету Донецького національного університету.

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України

Т 33 **Теорія телетрафіку: навч. посіб.** / В.Я. Воропаєва, В.І. Бессараб,
В.В. Турупалов, В.В. Червинський. – Львів: «Магнолія 2006»,
2025. – 203 с.

ISBN 978-966-377-115-1

Викладено основи теорії телетрафіку, розглянуто визначення та класифікація систем масового обслуговування. Наведений аналіз основних типів випадкових потоків викликів, дані основні характеристики якості систем масового обслуговування. Виведені перший та другий розподіли Ерланга, вирішені задачі аналізу та синтезу систем з втратами і з очікуванням. Розглянуто теоретичні основи моделювання мереж масового обслуговування та приведено алгоритми імітаційного моделювання СМО.

Навчальний посібник призначений для студентів напрямку підготовки «Телекомунікації» та може бути корисний технічним фахівцям, аспірантам, студентам інших спеціальностей галузі знань «Радіотехніка».

УДК 621.395.61(075.8)

ISBN 978-966-377-115-1

© Воропаєва В.Я., Бессараб В.І.,
Турупалов В.В., Червинський В.В., 2025
© «Магнолія 2006», 2025

ЗМІСТ

Перелік основних скорочень та умовних позначень.....	7
Вступ.....	9
1 Основні поняття теорії телетрафіку. Класифікація СМО. Символіка Кендала – Башаріна.....	14
1.1 Поняття СМО. Приклади СМО.	14
1.2 Основні поняття теорії телетрафіка	17
1.3 Предмет і задачі теорії телетрафіка.....	18
1.4 Класифікація СМО. Символіка Кендала – Башаріна	20
1.5 Контрольні питання	22
1.6 Завдання для самостійної роботи	23
2 Моделі потоків викликів.....	24
2.1 Способи опису випадкових потоків	24
2.2 Властивості випадкових потоків.	25
2.3 Характеристики випадкових потоків	26
2.4 Найпростіший потік викликів.....	28
2.4.1 Розподіл Пуассона.....	28
2.4.2 Аналіз розподілу Пуассона.....	32
2.4.3 Розподіл інтервалу між викликами у найпростішому потоці.....	35
2.4.4Перевірка відповідності потоку моделі найпростішого.....	37
2.4.5 Об'єднання та роз'єднання найпростіших потоків.....	40
2.5 Нестационарний пуассонівський потік.....	41
2.6 Неординарний пуассонівський потік	42
2.7 Потік з простою післядією	44
2.7.1 Примітивний потік	44
2.8 Потік з повторними викликами	48
2.9 Потік звільнень	49
2.10 Потік з обмеженою післядією.....	55
2.11 Контрольні питання	63
2.12 Завдання для самостійної роботи	65

3 Види навантаження та характеристики якості обслуговування в СМО.....	67
3.1 Генерування навантаження в телефонних мережах	67
3.2 Навантаження і робота в СМО.....	75
3.3 Характеристики якості обслуговування	83
3.3.1 СМО з явними втратами	83
3.3.2 Системи з очікуванням	84
3.3.3 Системи з повторенням викликів	85
3.3.4 Загальні характеристики якості	86
3.4 Контрольні питання	86
3.5 Завдання для самостійної роботи	87
4 Моделювання СМО за схемою марківських випадкових процесів.....	89
4.1 Марківський ланцюг з дискретним часом	89
4.2 Марківський ланцюг з безперервним часом. СДР Колмогорова	95
4.3 Контрольні питання	101
4.4 Завдання для самостійної роботи	101
5 Системи з явними втратами	102
5.1 Система $M / M / V / L$. Перший розподіл Ерланга.....	102
5.2 Характеристики якості системи $M / M / v / L$	106
5.2.1 Імовірність втрат за часом	106
5.2.2 Інтенсивність обслугованого навантаження.....	107
5.2.3 Інтенсивність потенційного навантаження.....	108
5.2.4 Інтенсивність втраченого навантаження.....	108
5.2.5 Імовірність втрати виклику	108
5.2.6 Імовірність втрат за навантаженням.....	109
5.3 Синтез систем з втратами.....	111
5.3.1 Структурний синтез.....	111
5.3.2 Параметричний синтез	112
5.4 Пропускна здатність окремих каналів системи з втратами	113
5.4.1 Пропускна здатність каналів системи $M / M / v / L // R$	113
5.4.2 Пропускна здатність каналів системи $M / M / v / L // S$	113

5.5 Система $M_r/M/V/L$	116
5.5.1 Розподіл імовірностей станів системи $M_r/M/V/L$	116
5.5.2 Основні випадки розподілу станів системи $M_r/M/V/L$	118
5.5.3 Характеристики якості систем $M_i/M/v/L$	120
5.6 Імовірність зайнятості визначених каналів	125
5.7 Порівняння моделей $M/M/v/L$ та $M_i/M/v/L$ для рішення задачі структурного синтезу.....	126
5.8 Контрольні питання	128
5.9 Завдання для самостійної роботи	129
6 СМО з очікуванням.	131
6.1 Другий розподіл Ерланга.....	131
6.2 Характеристики якості обслуговування	135
6.2.1 Імовірність очікування для виклику, що надійшов	135
6.2.2 Інтенсивність обслугованого навантаження.....	136
6.2.3 Середня довжина черги.....	137
6.2.4 Середня тривалість очікування початку обслуговування.....	138
6.2.5 Імовірність перевищення довжиною черги величини n	139
6.2.6 Імовірність очікування більше припустимого часу $t_{i\delta}$	139
6.3 Одноканальна система з очікуванням.....	140
6.4 Система з обмеженим числом місць в черзі.....	141
6.5 Контрольні питання	143
6.6 Завдання для самостійної роботи	143
7 Імітаційне моделювання СМО	145
7.1 Загальні відомості	145
7.2 Структура імітаційної моделі СМО	147
7.3 Моделювання випадкових величин. Метод Монте-Карло	148
7.4 Моделювання найпростішого потоку	150
7.5 Моделювання процесу обслуговування.....	153
7.6 Моделювання марківського процесу	155

7.7 Точність і достовірність результатів моделювання.....	158
7.8 Контрольні питання	159
8 Аналітичні методи теорії мереж масового обслуговування	160
8.1 Основні визначення.....	161
8.2 Однорідні експоненціальні мережі.....	166
8.2.1 Рівняння глобального балансу для замкнених мереж	166
8.2.2 Вид рішення в мультиплікативній формі.....	168
8.2.3 Мережі, що залежать від навантаження.....	171
8.2.4 Показники якості обслуговування однорідних мереж	174
8.3 Мережі масового обслуговування з різними класами вимог.....	176
8.3.1 Опис змішаної мережі.....	177
8.3.2 Теорема ВСМР	180
8.3.3 Відкриті мережі МО з декількома класами вимог	182
8.4 Ітераційний метод аналізу середніх значень	184
8.5 Задача синтезу замкнутих однорідних мереж МО	186
8.6 Контрольні питання	188
Список літератури	190
Додаток А - таблиці першої формули Ерланга	193
Додаток Б – таблиця імовірності втрат за часом при обслуговуванні примітивного потоку.....	196
Додаток В – критичні точки розподілу χ^2 критерію Пірсона	198
Додаток Г – результати моделювання системи М/М/3/Л//S	199

ПЕРЕЛІК ОСНОВНИХ СКОРОЧЕНЬ ТА УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

- АТС – автоматична телефонна станція;
ВАТС – відомча АТС;
ГНН – година найбільшого навантаження;
КО – канал обслуговування;
КС – комутаційна система;
ММТС – міжміська телефонна станція;
МО – масове обслуговування;
ПНН – період найбільшого навантаження;
ППВ – потік з повторними викликами;
ППП – потік з простою післядією;
СДР – система диференційних рівнянь;
СКВ – середньоквадратичне відхилення;
СМО – система масового обслуговування;
ТМО – теорія масового обслуговування;
у.о.ч – умовна одиниця часу;
BCMP – Baskett, Chandy, Muntz, Palacios;
D – детермінований (невипадковий) потік (Determinate)
D – детермінований закон розподілу часу обслуговування виклику
 E^n – потік Ерланга n – ого порядку;
FF (FIFO) – демократична черга;
G – довільний закон розподілу часу обслуговування виклику;
G – неповнодоступні канали обслуговування;
GS – груповий шукач;
 G_e – довільний потік (General);
I – індивідуальна черга;
ITU – Міжнародна Спілка Електрозв'язку (International Telecommunication Union);

- IS – обслуговування без очікування (Immediately Served);
- L – спосіб обслуговування з втратами (Loss);
- LCFS – одноканальний центр зі стековою чергою;
- LF (LIFO) – стекова черга;
- LL – спосіб обслуговування без втрат (Loss Less);
- LS – багатофазна система (Link System);
- M – найпростіший потік;
- M_t – пуассонівський потік із змінним параметром;
- M_r – пуассонівський потік з умовним параметром;
- M_i – примітивний потік;
- M – експоненціальний закон розподілу часу обслуговування виклику;
- PR – черга з пріоритетом (Priority);
- PRA – черга з абсолютним пріоритетом (Absolute);
- PRR – черга з відносним пріоритетом (Relative);
- PS – розподіл процесора (Processor Sharing);
- R – спосіб обслуговування з повторенням (Reattempt);
- R – випадковий спосіб заняття каналу (Random);
- S – послідовний спосіб заняття каналу (Sequential);
- SP – рівно імовірна черга (Same Probability);
- SS – абонентський шукач;
- W – спосіб обслуговування з очікуванням (чергою) (Wait);
- WL – спосіб обслуговування з умовними втратами (комбінований).

ВСТУП

В курсі «Теорія телетрафіка» розглядаються процеси обробки інформації в телекомунікаційних мережах з точки зору теорії масового обслуговування (ТМО). Основи цієї теорії були закладені в працях датського математика, інженера Копенгагенської телефонної компанії А.К. Ерланга (формулювання принципу статистичної рівноваги) і отримали подальшого розвитку в роботах багатьох вітчизняних та зарубіжних вчених, таких як Т. Енгсет, Г.О. Делл, Е. Молін, О. Колмогоров, А. Хінчин, К. Пальм, Г. Башарін, А. Маркевич, Б. Лівшиц, Ю.М. Корнишев та ін.

Основними поняттями системи масового обслуговування (СМО) є заявки (вимоги) та сервери, які також називають обслуговуючими приладами (каналами). Заявки створюють вхідний потік на вході СМО, а система обслуговує ці заявки, використовуючи на кожну деякий час. Якщо кількість каналів замала для обслуговування усіх заявок, що надійшли на якийсь момент, то виникає конфлікт, вирішення якого полягає в тому, що частина заявок відкидається або розміщується в чергу. Тому в англійській літературі разом з назвою Teletraffic Theory або Teletraffic Engineering часто використовується термін Queuing Theory (теорія черг).

Отже, теорія телетрафіка досліджує математичну модель процесу обслуговування, яка містить наступні основні компоненти:

- потік заявок (викликів, повідомлень), що надходить в систему;
- час обслуговування викликів;
- система і дисципліна обслуговування;
- характеристики якості обслуговування вхідних заявок.

Поняття потоку заявок досить широке. Під ним розуміють інформацію про параметри та властивості потоку вимоги на обслуговування (викликів), вигляд та форму представлення повідомлень, множину адрес джерел та приймачів повідомлень.

Система обслуговування характеризується кількістю каналів та структурою побудови (повно- або неповнодоступна, одно- або багатоланкова, одно- або багатофазна і т.д.) і набором структурних параметрів. Під дисципліною обслуговування розуміють спосіб обслуговування (без втрат повідомлень, з явними втратами, з очікуванням, з повторенням або комбінований), порядок обслуговування (за чергою, у випадковому порядку або за пріоритетом), режим шукання виходів комутаційної системи (вільний, груповий або індивідуальний), спосіб зайняття вільних каналів (послідовний або випадковий), а також іншу інформацію, що характеризує взаємодію потоку повідомлень з системою обслуговування.

До характеристик якості обслуговування вхідного потоку заявок відносять: імовірність явної або умовної втрати повідомлень через відсутність вільних каналів обслуговування або шляхів встановлення з'єднання, середній час затримки початку обслуговування вхідного повідомлення, імовірність втрати первинного або повторного виклику, інтенсивність обслугованого навантаження, пропускна здатність системи обслуговування та ін.

Домінуюче положення в теорії телетрафіка займають задачі аналізу – визначення характеристик якості обслуговування залежно від параметрів і властивостей вхідного потоку заявок, а також від параметрів і структури системи обслуговування. Іншою важкою задачею є задача синтезу – визначення параметрів або структури системи, що здатна забезпечити нормовані показники якості для певного вхідного потоку заявок.

З розвитком елементної бази вузлів мереж зв'язку, вдосконаленням принципів та систем управління в телекомунікаціях та впровадженням нових послуг задачі, що вирішує теорія телетрафіку, суттєво розширюються. Пошук найбільш економічних структур комутаційних схем, розробка принципів їх побудови пов'язуються з дотриманням умов не тільки щодо пропускної здатності та часу передачі повідомлення через комутаційне поле, але і надійності функціонування, гнучкості розвитку, модульності побудови.

Для АТС з програмним управлінням рішення задач аналізу і синтезу передбачає визначення необхідного рівня децентралізації управління (вибір оптимальної структури управління) залежно від конкретних характеристик системи (ємність, призначення та ін.), оптимального розподілу функцій та ресурсів системи управління між окремими ЕОМ та мікроЕОМ при децентралізованому та розподіленому управлінні, а також пошук оптимальних алгоритмів обробки викликів і процедур взаємодії між окремими елементами системи управління з метою підвищення її ефективності.

Поява цифрових систем комутації великої ємності з високою пропускною здатністю комутаційного поля та широкими можливостями виносу абонентського обладнання суттєво змінила історичні принципи побудови мереж зв'язку та потребувала розробки нових концепцій мереж зв'язку та методів розрахунку пропускної здатності мережних елементів.

Крім того, висока вартість сучасного телекомунікаційного обладнання та природне бажання оптимального використання вкладених інвестицій спричинили в останній десятиріччя розвиток моделей коротко- та довгострокового прогнозування очікуваних параметрів розподілу обслуговуваного та абонентського навантажень. Ці питання також отримали висвітлення в цьому посібнику.

Математичний апарат теорії телетрафіка базується на теорії імовірності, комбінаториці та математичній статистиці. Методи останньої застосовуються здебільшого для обробки даних, які отримуються при вимірюванні параметрів потоків повідомлень та показників якості обслуговування в реальних системах, а також при моделюванні таких систем на ЕОМ. Для рішення конкретних задач використовуються також інші розділи математики – лінійна алгебра, диференційне та інтегральне обчислення, теорія графів, системний аналіз.

Основним інструментом дослідження в теорії телетрафіка є метод рівнянь імовірностей станів, оснований на принципі статистичної рівноваги.

Для системи обслуговування вводиться поняття *стану*. В найпростішому випадку стан системи характеризується однією випадковою змінною, наприклад числом зайнятих ліній або викликів, що знаходяться в системі (обслуговуються або чекають в черзі). При надходженні наступного виклику або закінченні обслуговування система змінює свій стан. Інтенсивності переходу з одного стану в інший звичайно відомі на основі властивостей потоків викликів і звільнень. Це дозволяє побудувати розмічений граф станів і скласти систему рівнянь, які зв'язують між собою вірогідності сусідніх станів. Систему можна вирішувати аналітично або чисельно. Прикладом аналітичного рішення є розподіли Ерланга, Енгсета, Бернуллі, Пуассона.

Найбільш універсальним, придатним для рішення задач практично будь якої складності, є метод статистичного (імітаційного) моделювання. Математична модель процесу обслуговування при цьому реалізується в вигляді програми для ЕОМ. Моделювання дозволяє отримати чисельні характеристики якості обслуговування при конкретних параметрах потоку, СМО та заданій дисципліні обслуговування. Результати моделювання використовують для перевірки гіпотез і припущень, уточнення емпіричних коефіцієнтів. При моделюванні отримують приблизну оцінку характеристик якості обслуговування, однак за рахунок збільшення часу, а також застосування спеціальних методів моделювання досягається потрібна точність.

Таким чином, вивчивши основні методи теорії телетрафіка, ви зможете розрахувати характеристики якості обслуговування в телекомунікаційних системах, управляти основними параметрами якості обслуговування реальних мереж і систем та вимірювати їх, а також запропонувати оптимальні з точки зору якості обслуговування технічні рішення при проектуванні нових мереж і систем.

Питання побудови мереж з гарантованою якістю послуг є предметом уваги ІТУ-International Telecommunication Union (Міжнародної Спілки Електрозв'язку), особливо при розгортанні мобільних мереж третього

покоління та мультисервісних мереж. ІТУ виділяє Traffic Engineering як один з важливіших напрямків діяльності спеціалістів в галузі телекомунікацій та присвячує йому низку рекомендацій, визначення й методики з яких будуть використані далі в цьому посібнику.

Авторський внесок розподілений наступним чином: доц. Воропаєва В.Я. – гл.1, 3 і 5, доц. Бессараб В.І.– гл. 2, проф. Турупалов В.В. – гл. 4 і 7, доц. Червинський В.В. – гл. 6 і 8.

Автори висловлюють глибоку вдячність рецензентам: проф. М.М. Климашу, проф. С.І. Приходько та проф. А.О. Каргіну за висловлені зауваження щодо тексту рукопису. Також автори будуть вдячні читачам за відгуки та зауваження, які можна надсилати на e-mail: voropaeva@donntu.edu.ua

Навчальне видання

ВОРОПАЄВА Вікторія Яківна
БЕССАРАБ Володимир Іванович
ТУРУПАЛОВ Віктор Володимирович
ЧЕРВИНСЬКИЙ Володимир Володимирович

ТЕОРІЯ ТЕЛЕТРАФІКУ

Навчальний посібник

(українською мовою)

Формат 60×84/16. Папір офсетний. Гарнітура тип Таймс.

Умовн. друк. арк. 13.

ПП «Магнолія 2006»

м. Львів-53, 79053, Україна,

тел.+380503701957

e-mail: magnol06@ukr.net

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи
до Державного реєстру видавців, виготівників і
розповсюджувачів видавничої продукції:

серія ДК № 2534 від 21.06.2006 року

видане Державним комітетом інформаційної політики,
телебачення та радіомовлення України

Надруковано у друкарні видавництва «Магнолія 2006»