

Фортуна В.В., Бескровний О.І.

Вища та прикладна математика

Навчальний посібник

2-ге видання, стереотипне

Видавництво «Магнолія 2006»

Львів 2025

УДК 51(0750)
ББК 22.13я73
Ф 80

Гриф надано Міністерством освіти і науки України

Рецензенти:

- Григорків В.С. докт. фіз.-мат. наук, професор, завідувач кафедри економіко-математичних методів Чернівецького національного університету імені Ю. Федьковича
- Христіановський В.В. докт. екон. наук, професор, завідувач кафедри математики і математичних методів в економіці Донецького національного університету
- Махно С.Я. докт. фіз.-мат. наук, професор, завідувач відділу теорії ймовірностей і математичної статистики Інституту прикладної математики і механіки НАН України

Фортуна В.В., Бескровний О.І.

Ф 80 **Вища та прикладна математика** [Текст]: навч. посіб. для студ. ден. форми навчання екон. спец. /Фортуна В.В., Бескровний О.І.; – 2-ге видання, стереотипне – Львів: «Магнолія 2006», 2025. – 648 с.

ISBN 978-617-574-071-2

«Магнолія 2006»

Посібник призначений для використання у навчальному процесі і для самостійної роботи студентів економічних спеціальностей.

У посібнику викладено основи вищої математики, теорії ймовірностей і математичної статистики та математичного програмування.

До кожного розділу додається навчальний тренінг, у якому запропоновано контрольні запитання і завдання для самостійної роботи. Для контролю засвоєння тем в цілому до кожного розділу наведено комплексні індивідуальні контрольні завдання.

**УДК 51(0750)
ББК 22.13я73**

ISBN 978-617-574-071-2

© Фортуна В.В., Бескровний О.І., 2025
© «Магнолія 2006», 2025

ЗМІСТ

	стор.
ПЕРЕДМОВА	10
ВСТУП	11
Розділ 1. ЕЛЕМЕНТИ ЛІНІЙНОЇ АЛГЕБРИ	13
1.1. Матриці	13
1.1.1. <i>Поняття матриці</i>	13
1.1.2. <i>Елементарні перетворення матриць</i>	14
1.1.3. <i>Дії над матрицями</i>	15
1.2. Визначники	17
1.2.1. <i>Визначники квадратних матриць і їх властивості</i>	17
1.2.2. <i>Міnor. Алгебраїчне доповнення. Теорема Лапласа</i>	19
1.2.3. <i>Ранг матриці</i>	21
1.2.4. <i>Обернена матриця</i>	22
1.3. Системи лінійних рівнянь	25
1.3.1. <i>Основні поняття</i>	25
1.3.2. <i>Розв'язання системи лінійних рівнянь. Матричний метод</i>	26
1.3.3. <i>Розв'язання системи лінійних рівнянь. Формули Крамера</i>	28
1.3.4. <i>Розв'язання систем лінійних рівнянь. Метод Гаусса</i>	30
1.3.5. <i>Система m лінійних рівнянь з n невідомими. Теорема Кронекера-Капеллі</i>	33
1.3.6. <i>Лінійна модель міжнародної торгівлі</i>	35
<i>Навчальний тренінг</i>	37
<i>Тестові завдання</i>	38
<i>Завдання для самостійного розв'язування</i>	40
Розділ 2. ВЕКТОРНА АЛГЕБРА	42
2.1. Поняття вектора. Операції над векторами	42
2.2. Поділ відрізка в даному відношенні	47
2.3. Скалярний добуток векторів	48
2.4. Векторний добуток векторів	50
2.5. Мішаний добуток векторів	52
2.6. Простір товарів, вектор цін	53
<i>Навчальний тренінг</i>	53
<i>Тестові завдання</i>	54
<i>Завдання для самостійного розв'язування</i>	56
Розділ 3. ЕЛЕМЕНТИ АНАЛІТИЧНОЇ ГЕОМЕТРІЇ	57
3.1. Рівняння прямої на площині	57
3.2. Взаємне розміщення прямих на площині	62
3.3. Модель рівноваги ринку	66
3.4. Модель рівноваги доходів і збитків компанії	67
3.5. Площина в просторі	69
3.6. Взаємне розміщення площин в просторі	72
3.7. Рівняння прямої в просторі	72
3.8. Взаємне розміщення прямої і площин в просторі	78
3.9. Криві другого порядку – коло, еліпс, гіпербола, парабола	79
<i>Навчальний тренінг</i>	83
<i>Тестові завдання</i>	84
<i>Завдання для самостійного розв'язування</i>	86

Розділ 4. МНОЖИНИ. ФУНКЦІЇ. ГРАНИЦЯ ПОСЛІДОВНОСТІ. ГРАНИЦЯ ФУНКЦІЇ	88
4.1. Поняття множини	88
4.2. Поняття функції. Основні властивості функцій	89
4.2.1. <i>Поняття функції</i>	89
4.2.2. <i>Основні властивості функції</i>	90
4.2.3. <i>Елементарні функції. Класифікація функції</i>	91
4.3. Границя послідовності	92
4.3.1. <i>Означення послідовності, обмежені та необмежені послідовності, границя послідовності</i>	92
4.3.2. <i>Нескінченно малі і нескінченно великі послідовності та їх властивості</i>	95
4.3.3. <i>Правила граничного переходу для послідовностей</i>	96
4.3.4. <i>Види невизначеностей та способи їх розкриття. Друга визначна границя</i>	97
4.4. Границя функції	99
4.4.1. <i>Означення границі функції. Теорема про границі</i>	99
4.4.2. <i>Односторонні границі</i>	101
4.4.3. <i>Нескінченно велика і нескінченно мала функції</i>	102
4.4.4. <i>Перша визначна границя</i>	103
4.4.5. <i>Друга визначна границя</i>	104
4.4.6. <i>Порівняння нескінченно малих</i>	105
4.4.7. <i>Систематизація способів обчислення границь функцій</i>	106
4.5. Неперервність функції	112
4.5.1. <i>Неперервність функції в точці і на відрізку</i>	112
4.5.2. <i>Властивості неперервних функцій</i>	114
4.5.3. <i>Класифікація точок розриву функції</i>	116
4.5.4. <i>Павутинна модель ринку</i>	117
<i>Навчальний тренінг</i>	120
<i>Тестові завдання</i>	120
<i>Завдання для самостійного розв'язування</i>	124
Розділ 5. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЇ ОДНІЄЇ ЗМІННОЇ	125
5.1. Похідна і диференціал функції	125
5.1.1. <i>Поняття похідної</i>	125
5.1.2. <i>Задачі, що приводять до поняття похідної. Геометричний та економічний зміст</i>	126
5.1.3. <i>Правила диференціювання Таблиця похідних. Похідна складної функції</i>	129
5.1.4. <i>Логарифмічне диференціювання</i>	132
5.1.5. <i>Похідна неявно заданої функції</i>	133
5.1.6. <i>Похідна функції, заданої параметрично</i>	134
5.1.7. <i>Похідна оберненої функції</i>	135
5.1.8. <i>Похідні вищих порядків</i>	135
5.1.9. <i>Диференціал функції. Використання диференціалу в наближених обчисленнях</i>	136
5.1.10. <i>Застосування похідної в економічних задачах</i>	138
5.2. Основні теореми диференціального числення	142
5.3. Правило Лопітала	143
5.4. Застосування похідних до дослідження функцій	148

5.4.1.	Умови монотонності функції	148
5.4.2.	Асимптоти графіка функції.....	150
5.4.3.	Екстремуми функції.....	153
5.4.4.	Найбільше та найменше значення функції на відрізку.....	155
5.4.5.	Умови опуклості і точки перегину графіка функції.....	157
5.4.6.	Загальна схема дослідження функції.....	160
5.4.7.	Застосування методів дослідження функцій в економіці.....	162
	Навчальний тренінг	164
	Тестові завдання	165
	Завдання для самостійного розв'язування	167
Розділ 6.	ІНТЕГРАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЇ ОДНІЄЇ ЗМІННОЇ	169
6.1.	Невизначений інтеграл	169
6.1.1.	Первісна та невизначений інтеграл. Геометричний зміст невизначеного інтеграла.....	169
6.1.2.	Теорема про існування невизначеного інтеграла та його основні властивості.....	170
6.1.3.	Таблиця інтегралів і табличне інтегрування.....	171
6.2.	Основні способи інтегрування	172
6.2.1	Метод безпосереднього інтегрування.....	172
6.2.2.	Метод заміни змінної (або підстановки).....	174
6.2.3.	Метод інтегрування частинами.....	176
6.3.	Інтегрування раціональних дробів	179
6.3.1.	Правило розкладу раціонального дроби на суму елементарних дробів. Метод невизначених коефіцієнтів. Метод коллокації.....	179
6.3.2.	Інтегрування елементарних раціональних дробів.....	184
6.3.3.	Загальне правило інтегрування будь-якого раціонального дроби.....	185
6.4.	Інтегрування ірраціональних та тригонометричних функцій	187
6.4.1.	Інтегрування ірраціональних виразів виду $\frac{1}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}, \frac{tx + n}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}, \int \sqrt{ax^2 + bx + c}$	187
6.4.2.	Інтегрування функцій, які раціонально залежать від тригонометричних функцій.....	189
6.4.3.	Інтегрування цілих степенів тригонометричних функцій.....	193
6.4.4.	Інтегрування деяких алгебраїчних ірраціональностей.....	195
6.4.5.	Застосування невизначених інтегралів.....	198
6.4.6.	Інтеграл, що не виражається через елементарні функції.....	200
6.5.	Визначений інтеграл та його застосування	201
6.5.1.	Поняття визначеного інтеграла. Формула Ньютона-Лейбніца.....	201
6.5.2.	Властивості визначеного інтеграла.....	202
6.5.3.	Методи обчислення визначених інтегралів.....	204
6.5.4.	Геометричне та фізичне застосування визначених інтегралів.....	206
6.5.5.	Економічні застосування визначених інтегралів.....	215
6.6.	Невласні інтеграл	222
6.6.1.	Невласні інтеграл першого роду (інтеграл з нескінченними межами інтегрування).....	222
6.6.2.	Невласні інтеграл другого роду (інтеграл від необмежених функцій).....	223
6.7.	Наближені формули для обчислення визначених інтегралів	225
	Навчальний тренінг	230

	<i>Тестові завдання</i>	231
	<i>Завдання для самостійного розв'язування</i>	235
Розділ 7.	ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ	237
7.1.	Диференціальні рівняння першого порядку	237
7.1.1.	<i>Основні поняття теорії звичайних диференціальних рівнянь</i>	237
7.1.2.	<i>Задачі, що приводять до диференціальних рівнянь</i>	239
7.1.3.	<i>Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними</i>	240
7.1.4.	<i>Однорідні диференціальні рівняння першого порядку</i>	243
7.1.5.	<i>Лінійні диференціальні рівняння першого порядку</i>	244
7.1.6.	<i>Про практику складання диференціальних рівнянь</i>	246
7.2.	Диференціальні рівняння другого порядку	251
7.2.1.	<i>Основні поняття</i>	251
7.2.2.	<i>Диференціальні рівняння, які допускають зниження порядку</i>	251
7.2.3.	<i>Лінійні диференціальні рівняння другого порядку</i>	254
7.2.4.	<i>Лінійні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами</i>	254
7.2.5.	<i>Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами</i>	256
7.3.	Застосування диференціальних рівнянь для моделювання в економічних моделях	260
	<i>Навчальний тренінг</i>	264
	<i>Тестові завдання</i>	265
	<i>Завдання для самостійного розв'язування</i>	267
Розділ 8.	ЧИСЛОВІ ТА ФУНКЦІОНАЛЬНІ РЯДИ	268
8.1.	Числові ряди	268
8.1.1.	<i>Числові ряди. Збіжність числового ряду</i>	268
8.1.2.	<i>Властивості збіжних рядів</i>	270
8.1.3.	<i>Достатні ознаки збіжності рядів з додатними членами</i>	271
8.1.4.	<i>Абсолютна та умовна збіжність ряду. Знакозмінні ряди</i>	275
8.1.5.	<i>Ряд, знаки членів якого чергуються</i>	276
8.2.	Функціональні ряди	278
8.2.1.	<i>Функціональні ряди</i>	278
8.2.2.	<i>Степеневі ряди. Теорема Абеля. Радіус збіжності степеневого ряду</i>	278
8.2.3.	<i>Розклад функцій у степеневі ряди. Ряд Тейлора. Ряд Маклорена</i>	283
8.2.4.	<i>Застосування степеневих рядів до наближених обчислень</i>	286
	<i>Навчальний тренінг</i>	288
	<i>Тестові завдання</i>	289
	<i>Завдання для самостійного розв'язування</i>	292
Розділ 9.	ВИПАДКОВІ ПОДІЇ	294
9.1.	Різні підходи до визначення ймовірності	294
9.1.1.	<i>Основні поняття теорії ймовірностей</i>	294
9.1.2.	<i>Дії над подіями</i>	295
9.1.3.	<i>Класична ймовірність</i>	296
9.1.4.	<i>Відносна частота і статистична ймовірність</i>	297
9.1.5.	<i>Геометричне означення ймовірності</i>	298
9.1.6.	<i>Елементи комбінаторики</i>	300
9.1.7.	<i>Аксиоматичне визначення ймовірності</i>	302
	<i>Навчальний тренінг</i>	304

	<i>Тестові завдання</i>	305
	<i>Завдання для самостійного розв'язування</i>	307
9.2.	Основні теореми теорії ймовірностей і їх наслідки	308
	9.2.1. Теорема додавання ймовірностей несумісних подій.....	308
	9.2.2. Залежні та незалежні випадкові події. Теореми множення ймовірностей.....	309
	9.2.3. Теорема додавання ймовірностей сумісних подій.....	312
	9.2.4. Формула повної ймовірності.....	312
	9.2.5. Формули Байєса.....	314
	<i>Навчальний тренінг</i>	316
	<i>Тестові завдання</i>	316
	<i>Завдання для самостійного розв'язування</i>	317
9.3.	Схема незалежних повторних випробовувань	318
	9.3.1. Схема Бернуллі. Формула Бернуллі.....	318
	9.3.2. Найімовірніше число появи випадкової події (мода).....	319
	9.3.3. Локальна теорема Лапласа.....	321
	9.3.4. Формула Пуассона для малої ймовірних випадкових подій.....	322
	9.3.5. Інтегральна теорема Лапласа і її наслідок.....	323
	<i>Навчальний тренінг</i>	326
	<i>Тестові завдання</i>	326
	<i>Завдання для самостійного розв'язування</i>	328
Розділ 10.	ВИПАДКОВІ ВЕЛИЧИНИ	329
10.1.	Випадкові величини та закони їх розподілу	329
	10.1.1. Дискретні та неперервні випадкові величини.....	329
	10.1.2. Ряд розподілу. Многокутник розподілу.....	329
	10.1.3. Функція розподілу ймовірностей (інтегральна функція) та її властивості.....	332
	10.1.4. Щільність розподілу (диференціальна функція розподілу).....	335
	10.1.5. Властивості густини розподілу.....	337
10.2.	Числові характеристики випадкових величин	339
	10.2.1. Математичне сподівання.....	339
	10.2.2. Властивості математичного сподівання.....	341
	10.2.3. Мода та медіана випадкової величини.....	343
	10.2.4. Дисперсія та середнє квадратичне відхилення.....	344
	10.2.5. Поняття про моменти випадкової величини.....	345
	10.2.6. Властивості дисперсії.....	346
10.3.	Закони розподілу дискретних випадкових величин	348
	10.3.1. Біноміальний розподіл.....	348
	10.3.2. Пуассонівський розподіл.....	349
	10.3.3. Геометричний розподіл.....	350
	10.3.4. Гіпергеометричний розподіл.....	351
10.4.	Закони розподілу неперервних випадкових величин	352
	10.4.1. Рівномірний розподіл.....	352
	10.4.2. Показниковий (експоненціальний) розподіл.....	354
	10.4.3. Нормальний розподіл.....	356
10.5.	Закон великих чисел	358
	<i>Навчальний тренінг</i>	361
	<i>Тестові завдання</i>	362
	<i>Завдання для самостійного розв'язування</i>	370

Розділ 11. ВИБІРКОВИЙ МЕТОД І ЙОГО СКЛАДОВІ ЧАСТИНИ	374
11.1. Вибірki і їх характеристики	374
11.1.1. Основні поняття математичної статистики.....	374
11.1.2. Варіаційний ряд.....	375
11.1.3. Графічне зображення варіаційних рядів.....	377
11.2. Основні характеристики варіаційного ряду	380
11.2.1. Вибіркова середня.....	380
11.2.2. Медіана. Медіана дискретного і неперервного розподілів.....	382
11.2.3. Мода.....	383
11.2.4. Показники варіації.....	384
11.2.5. Середнє квадратичне відхилення. Дисперсія.....	385
11.2.6. Коефіцієнт варіації.....	387
11.2.7. Асиметрія й ексцес.....	387
11.3. Побудова законів розподілу	388
11.3.1. Оцінка параметрів законів розподілу.....	388
11.3.2. Побудова закону Пуассона за експериментальними даними.....	390
11.3.3. Побудова показникового закону за експериментальними даними.....	392
11.3.4. Побудова нормального закону за експериментальними даними за допомогою функції розподілу.....	394
11.3.5. Побудова нормального закону за експериментальними даними за допомогою щільності розподілу.....	395
<i>Навчальний тренінг</i>	397
<i>Тестові завдання</i>	397
<i>Завдання для самостійного розв'язування</i>	398
Розділ 12. МЕТОДИ ПЕРЕВІРКИ СТАТИСТИЧНИХ ГІПОТЕЗ	399
12.1. Перевірка статистичних гіпотез.....	399
12.2. Помилки першого та другого роду.....	401
12.3. Перевірка правильності нульової гіпотези про значення генеральної середньої. Критерій Стьюдента.....	403
12.4. Критерій Фішера про рівність (нерівність) двох дисперсій генеральних сукупностей.....	407
12.5. Перевірка гіпотез про рівність середніх двох і більше сукупностей.....	409
12.6. Критерії узгодження.....	412
12.6.1. Поняття про критерії узгодження.....	412
12.6.2. Критерій узгодження χ^2 К.Пірсона.....	413
12.6.3. Критерій узгодження А.М.Колмогорова.....	415
12.6.4. Критерій узгодження Б.С.Ястремського.....	417
12.6.5. Критерій узгодження В.І.Романовського.....	419
<i>Навчальний тренінг</i>	420
<i>Тестові завдання</i>	421
<i>Завдання для самостійного розв'язування</i>	422
Розділ 13. ЕЛЕМЕНТИ КОРЕЛЯЦІЙНОГО І РЕГРЕСІЙНОГО АНАЛІЗУ	423
13.1. Поняття кореляційної залежності.....	423
13.2. Передумови класичної регресійної моделі.....	425
13.3. Метод найменших квадратів оцінювання параметрів функції парної лінійної регресії.....	426
13.4. Кореляція, коефіцієнт кореляції.....	428
13.5. Коефіцієнт детермінації.....	430
13.6. Лінійна регресія на згрупованих даних.....	431

13.7. Побудова функції парної регресії за допомогою MS Excel	434
13.8. Побудова графіку функції парної регресії за допомогою MS Excel	436
<i>Навчальний тренінг</i>	442
<i>Тестові завдання</i>	442
Розділ 14. ЛІНІЙНЕ ПРОГРАМУВАННЯ	443
14.1. Концептуальні аспекти математичного моделювання	443
14.2. Моделювання в економіці	446
14.3. Приклади задач лінійного програмування	449
14.3.1. Задача складання раціону (задача про суміші, задача про дієту)	449
14.3.2. Задача про оптимальне використання ресурсів (задача планування виробництва)	451
14.4. Загальна задача лінійного програмування	453
14.5. Форми запису загальної задачі лінійного програмування	454
14.6. Властивості задачі лінійного програмування	457
14.7. Графічний метод розв'язання задачі лінійного програмування	458
14.8. Симплекс-метод	466
14.8.1. Симплекс-метод із стандартним базисом	467
14.8.2. Правило уникнення зациклення при застосуванні симплекс-методу	473
14.8.3. Метод штучного базису розв'язання задачі лінійного програмування	476
<i>Навчальний тренінг</i>	481
<i>Тестові завдання</i>	483
<i>Завдання для самостійного розв'язування</i>	485
Розділ 15. ТРАНСПОРТНА ЗАДАЧА	497
15.1. Основні поняття	497
15.2. Метод потенціалів розв'язання транспортної задачі	498
15.2.1. Відкрита транспортна задача	504
15.3. Задача про призначення	510
<i>Навчальний тренінг</i>	515
<i>Завдання для самостійного розв'язування</i>	515
ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЖЧИК	517
ЛІТЕРАТУРА	523
ІНДИВІДУАЛЬНІ КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ	524
Додаток 1. Таблиця значень функції Пуассона	636
Додаток 2. Таблиця значень функції Гаусса	638
Додаток 3. Таблиця значень функції Лапласа	640
Додаток 4. Значення критерію Пірсона	643
Додаток 6. 95% - квантилі розподілу Фішера	645
Додаток 7. Квантилі розподілу Стьюдента	647

П Е Р Е Д М О В А

Пропонований навчальний посібник відповідає програмі курсу “Вища та прикладна математика” для студентів напрямку підготовки “Товарознавство і торговельне підприємництво”. Основною метою вивчення курсу є формування у майбутніх товарознавців базових математичних знань для розв’язування задач у професійній діяльності, вмінь логічного мислення та математичного формулювання економічних задач.

Посібник покликаний допомогти майбутнім спеціалістам оволодіти методами математики, які використовуються у прикладних, в тому числі й економічних дослідженнях. У ньому містяться не лише основні математичні положення, знання яких необхідні кожному грамотному спеціалістові, а й численні приклади їх застосування.

Набір тем, які включено до посібника, структура посібника відповідає новим галузевим стандартам.

При підготовці даного курсу вищої і прикладної математики автори керувались принципом підвищення рівня фундаментальної математичної підготовки майбутніх спеціалістів. Разом з тим, автори намагались не переобтяжувати посібник складними викладками і доведеннями, тому іноді доведення скорочено або зовсім опущено. Всюди, де це можливо, дається геометричний і математичний зміст економічних понять. Розглядається багато економічних застосувань методів вищої математики. Більшість наведених застосувань не вимагають від студентів першого курсу додаткової економічної інформації.

Відомо, що новий навчальний матеріал засвоюється краще, якщо супроводжується достатньо великою кількістю прикладів із детальними розв’язаннями. Тому в даному посібнику наводиться багато прикладів, які ілюструють застосування теоретичного матеріалу.

Можна сказати, що в даному посібнику автори намагались поєднати в одній книжці теоретичний матеріал із практичним – розв’язуванням задач як математичного змісту, так і економічного.

Усі теми викладаються за єдиним методичним принципом. Спочатку подаються основні означення, формулюються й доводяться теореми (іноді доведення опускаються), наводяться ілюстративні приклади розв’язання задач, розглядаються відомі економіко-математичні моделі та прикладні задачі економічного змісту.

Краще розібратися в теоретичному матеріалі і оцінити рівень його засвоєння допоможуть контрольні запитання, завдання для самостійного розв’язування з відповідями і тестові завдання, наведені до кожного розділу.

Наприкінці, для кожної теми даються по 30 варіантів завдань для індивідуального розв’язання, що дозволить перевіряти практичні навички студентів з ключових питань дисципліни та здійснювати контроль знань за модульно-рейтинговою системою.

В С Т У П

Математика – наука про кількісні співвідношення і просторові форми реального світу. Математика вже давно відіграє важливу роль в природничо-наукових, технічних, економічних, гуманітарних дослідженнях. Сучасна економічна наука характеризується широким застосуванням математики для розв'язання своїх задач – встановлення об'єктивних закономірностей розвитку і функціонування суспільства.

Основним методом в математичних дослідженнях є математичні доведення – строгі логічні міркування. Разом з тим, математичне мислення не зводиться до одних тільки логічних міркувань. Для отримання результату в математиці, як і в багатьох інших науках, потрібна інтуїція, яка дозволяє передбачати результат до того, як він буде отриманий шляхом доведення.

Але, враховуючи те, що даний курс не для математиків, автори уникали строгих і складних математичних доведень і більше уваги приділяли роз'ясненню математичних понять, їх економічному, фізичному, механічному змісту, наводили багато прикладів практичного застосування.

Головним інструментом дослідження економічних об'єктів і явищ, так само як і явищ іншої природи, є їх математична модель. *Економіко-математичну модель визначають як внутрішньо несуперечливу замкнену систему математичних співвідношень призначену для виявлення особливостей модельованого явища чи процесу.* Одна й та ж математична модель може описувати властивості дуже різних за своєю природою об'єктів. Будуючи модель виявляють і враховують істотні, головні, визначальні чинники і відкидають другорядні.

Досліджуючи соціально-економічні явища, необхідно враховувати не тільки основні фактори, але і багато другорядних, які приводять до випадкових збурень, вносять невизначеності в досліджувані явища. Іншими словами, в соціально-економічній сфері багато явищ і процесів є випадковими, для їх дослідження необхідні спеціальні методи. *Теорія ймовірностей – математична наука, яка займається розробкою методів вивчення випадкових явищ і вивченням закономірностей серед випадкових явищ.* Для виявлення закономірностей серед випадкових явищ, як правило, необхідно провести серію досліджень або дослідження групи об'єктів.

Математична статистика – розділ математики, що вивчає математичні методи збору, систематизації, обробки і інтерпретації результатів спостережень з метою виявлення їх закономірностей. Математична статистика опирається на теорію ймовірностей. Використовуючи результати дослідження математична статистика дозволяє не тільки виявити характеристики досліджуваних явищ, але й виявити ступінь точності отриманих результатів.

Широкому впровадженню статистичних методів дослідження сприяє наявність потужних статистичних пакетів прикладних програм.

При управлінні складними економічними процесами виникає необхідність оптимізувати планування і управління процесами для забезпечення найкращого результату. Через це, в економіко-математичному моделюванні виділився клас *оптимізаційних моделей.*

Оптимізаційну модель можна сформулювати так: необхідно знайти змінні x_1, \dots, x_n , що задовольняють системі нерівностей (рівнянь)

$$f_i(x_1, \dots, x_n) \leq b_i, \quad i = \overline{1, m}$$

при яких функція цілі досягає максимуму (мінімуму), тобто

$$z = f_i(x_1, \dots, x_n) \rightarrow \max(\min).$$

Для розв'язання таких задач використовують *методи математичного програмування*. Якщо система обмежень $\varphi_i(x_1, \dots, x_n)$ і функція цілі $z = f(x_1, \dots, x_n)$ є лінійними, то відповідна оптимізаційна модель є лінійною, і для її розв'язання застосовують *методи лінійного програмування*.

Нині, завдяки комп'ютерним технологіям, наявності потужних пакетів прикладних програм, можливості математичного моделювання економічних явищ дуже широкі, та скористатися ними можна лише оволодівши математичними методами.

Автори особливо вдячні декану факультету маркетингу торгівлі та митної справи, професору І.Х. Баширову за всебічну допомогу та підтримку, доктору фіз.-мат. наук, професору Н.М. Лавріненко, чия участь зробила можливим появу даного посібника

Висловлюємо глибоку вдячність зав. кафедри Львівської комерційної академії, д. фіз.-мат. наук, професору А.І Пілявському за цінні зауваження та поради, які ми постаралися максимально врахувати, а також рецензентам: зав. кафедри математики і математичних методів в економіці Донецького національного університету, д. е. наук, професору В.В. Христіановському; зав. кафедри економіко-математичних методів Чернівецького національного університету імені Ю. Федьковича, д. фіз.-мат. наук, професору В.С. Григорківу; зав. відділу теорії ймовірностей та математичної статистики Інституту прикладної математики і механіки НАН України, д. фіз.-мат. наук, професору С.Я. Махно.

Навчальне видання

Фортуна Василь Васильович, канд. фіз.-мат. наук, доц.
Бескровний Олексій Іванович, канд. техн. наук, ст. вик.

ВИЩА ТА ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА

Навчальний посібник

2-ге видання, стереотипне

Керівник видавничого проекту В. М. Піча

Формат 70x100/16. Папір друк. №2. Гарнітура Таймс.

Умовн. друк. арк. 40,5.

ПП “Магнолія 2006”, м. Львів-53, 79053,

Україна, тел.+380503701957

e-mail: magnol06@ukr.net

Свідоцтво про внесення суб’єкта видавничої справи
до Державного реєстру видавців, виготівників і розповсюджувачів видавничої
продукції: серія ДК № 2534 від 21.06.2006 року, видане Державним комітетом
інформаційної політики, телебачення та радіомовлення України

Надруковано у друкарні видавництва “Магнолія 2006”