

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Пасічник Т. В.

**Моделювання та прогнозування
стану довкілля**

Навчальний посібник

**Видавництво «Магнолія 2006»
Львів – 2025**

УДК 502/504 (075.8)
II 19

Відтворення цієї книги або будь-якої її частини заборонено без письмової згоди видавництва. Будь-які спроби порушення авторських прав переслідуватимуться у судовому порядку.

Гриф надано Міністерством освіти і науки України

Рецензенти :

М.С. Мальований, професор, д. т. н., завідувач кафедри прикладної екології та збалансованого природокористування Інституту екології, природоохоронної діяльності та туризму ім. В.Чорновола Національного університету «Львівська політехніка»;

Ю.П. Рак, професор, д. т. н., завідувач кафедри управління проектами, інформаційних технологій та телекомунікацій Львівського державного університету безпеки життєдіяльності;

П. С. Гнатів, доктор екологічних наук, професор кафедри екології та біології Львівського національного аграрного університету.

Моделювання та прогнозування стану довкілля: навчальний посібник.
– Львів: «Магнолія 2006», 2025. – 194 с.

ISBN 978-617-574-074-3

«Магнолія 2006»

В навчальному посібнику викладені основні теоретичні моделі процесів в екосистемах. Розглянуті процеси переносу забруднювачів у повітрі, методи оцінки рівня забруднення від різних джерел забруднення та просторових масштабів зони забруднення. Представлені типові моделі розподілу забруднення у системі ґрунт-рослина та в організмах сільськогосподарських тварин, моделі динаміки взаємодіючих популяцій, оптимізаційні моделі екології, моделі механізму генетичного контролю, задачі управління в біосистемах тощо. Наведений аналіз стійкості екосистем методами теорії графів та представлена оцінка прогнозованих екологічних процесів на основі регресійного аналізу.

Навчальний посібник підготовлений для студентів, магістрів, аспірантів. Він може бути корисним для науковців і спеціалістів, які займаються моделюванням екологічних процесів.

ISBN 978-617-574-074-3

© Пасічник Т. В., 2025
© «Магнолія 2006», 2025

ЗМІСТ

Вступ.....	6
1. Агроекосистема	10
2. Основи моделювання в екології.....	15
3. Забруднення навколишнього середовища.....	19
3.1. Класифікація забруднюючих речовин	19
3.2. Вплив окису вуглецю на здоров'я людини.....	21
3.3. Прозорість та її зв'язок з характеристиками атмосфери.....	25
3.4. Вплив забруднення на людину, рослинний та тваринний світ.....	26
3.5. Розповсюдження забруднювачів в атмосфері.....	28
3.5.1. Деякі питання метеорології	28
3.5.2. Гаусова модель розсіювання.....	31
3.5.3. Визначення розмірів зони забруднення	43
3.6. Явище радіоактивності.....	45
3.6.1. Радіоактивне забруднення.....	45
3.6.2. Вплив радіоактивних речовин на рослинний та тваринний світ.....	48
4. Моделі динаміки популяцій	50
4.1. Швидкість росту	50
4.2. Швидкість розмноження	52
4.3. Смертність	53
4.4. Прогресія розмноження.....	55
4.5. Моделювання чисельності взаємодіючих популяцій	58
4.6. Модель епідемії.....	61
4.7. Моделі динаміки вікових груп.....	63
5. Регресійний аналіз (статистичні моделі)	69
5.1. Поняття моделі та етапи її побудови.....	69

5.2. Специфікація моделі.....	71
5.3. Передумови застосування методу найменших квадратів (1мнк).....	74
5.4. Оператор оцінювання 1мнк	76
5.5. Властивості оцінок параметрів.....	77
5.6. Коваріаційна матриця оцінок параметрів моделі.....	80
5.7. Прогноз	82
6. Оптимізаційні моделі екології	85
6.1. Дослідження операцій на основі оптимізаційних моделей.....	85
6.2. Класифікація задач математичного програмування	88
6.3. Двоїста задача лінійного програмування. Економічна інтерпретація	96
6.4. Елементи динамічного програмування.....	98
6.5. Прийняття рішень за умов ризику.....	104
6.6. Виробничі функції в екологічній системі.....	109
6.7. Задачі управління в біосистемах	116
7. Використання теорії ігор у моделюванні екосистем	123
7.1. Матричні ігри двох гравців із нульовою сумою	123
7.2. Матричні ігри двох гравців з використанням змішаної стратегії	124
7.3. Ігри багатьох осіб.....	127
8. Моделювання екосистем на основі теорії графів.....	137
8.1. Елементи теорії графів	137
8.2. Деякі типи оргграфів.....	139
8.3. Аналіз стійкості екосистем методами теорії графів	141
8.3.1. Основи варіаційного числення	141
8.3.2. Імпульсні процедури	143
8.3.3. Оцінка стійкості системи	146
8.4. Марковські ланцюги	148
8.5. Спрощена математична модель потоку частин на основі теорії графів	162

9. Імітаційне моделювання	169
9.1. Моделі агробіоценозу	174
9.2. Модель сої	176
9.3. Модель механізму генетичного контролю	179
Список літератури	186
Додатки	188

ВСТУП

Внаслідок спостережень за об'єктами, процесами і, якщо це можливо, експериментальними дослідженнями ми виробляємо певні уявлення про оточуюче нас навколишнє середовище. Сукупність уявлень про дану об'єктивну реальність і називається її моделлю.

Суть вимірювань полягає у застосуванні до досліджуваного об'єкту деякої дії і вимірюванні відповідного відгуку об'єкту на цю дію. Отримувані співвідношення типу дія - відгук дають можливість складати математичні рівняння, які описують матеріальний об'єкт в цілому або його частину. Отримувана при цьому система рівнянь і є математична модель даної системи. Система може описуватися алгебраїчними, диференціальними або інтегральними рівняннями. Математична модель являє собою систему математичних співвідношень - функцій, формул, рівнянь та систем рівнянь які описують об'єкт, явище або процес. Метод моделювання полягає у вивченні об'єкта, явища та процесів шляхом побудови математичних моделей та їх дослідження.

Моделювання як метод дослідження усе ширше використовується в різних областях знань: від біології до астрономії, від економіки до медицини і демографії. При цьому методи моделювання багато в чому подібні, хоча специфіку об'єкта моделювання необхідно враховувати.

Так, надзвичайна складність біологічних систем змушує з обережністю відноситися до даних, отриманих при використанні їхніх моделей. Тому аналіз результатів моделювання треба ретельно зіпівставляти з даними про оригінал. Це дозволяє не тільки виявити ті ланки причинно-наслідкового ланцюга, що вислизують від дослідника при вивченні моделі, але й органічно включити властивості, що моделюються, в цілісне функціонування живих систем. Виникає питання про коректне використання математичних моделей і, головне, про роль правильної інтерпретації математичних ідей.

Специфічність біологічних систем вимагає застосування адекватного математичного апарата. Однак це зовсім не означає, що необхідно чекати появи нової біологічної математики. У біо-

логічних дослідженнях накопичений великий досвід використання існуючих математичних методів і моделей.

Маючи модель, екологічну систему можна досліджувати шляхом зміни значень параметрів, які входять в рівняння. Зокрема, можна дослідити, як необхідно змінити параметри системи, щоб її відгук на зовнішню дію був заданим. Такий процес дослідження називається імітаційним моделюванням. При цьому можна розглядати різні сценарії розвитку подій. Подібного роду експериментальні дослідження не завжди можна провести безпосередньо із системою, не руйнуючи її. В цьому і полягає одна із найбільших переваг математичного моделювання.

Якщо модель, тобто сукупність правдоподібних наукових знань, не тільки описує дану систему за допомогою тих або інших математичних рівнянь, а й пояснює її поведінку, то ми маємо справу уже із теорією даної системи об'єктів, що є найвищим ступенем наукового відображення дійсності. Власне кажучи, головною метою побудови моделей при заданих вхідних та вихідних даних спостереження є розуміння процесів, які відбуваються в даній системі.

Всі реальні об'єкти мають певну структуру і є складними. Модель, що їх описує, не обов'язково має бути адекватно складною. Тому, при побудові моделей необхідно виходити із потреб: яка мета побудови моделі, яка потрібна точність отриманих результатів моделювання, ступінь деталізації моделювання. Іншими словами, потрібно виходити, як говорять, із технічного завдання. Завжди бажано вибирати для вихідних даних відносно прості моделі, ускладнюючи їх тільки в тому разі, коли більш проста модель незадовільна. У цьому відношенні методологія побудови моделей в екології не відрізняється від практики, яка використовується в інших галузях науки.

Основна задача математичного моделювання в екології полягає у знаходженні кількісних співвідношень між рівнем забрудненості різних компонент екосистеми та її відгуком на це забруднення, у кількісному вираженні реакції екосистем на різноманітні антропогенні навантаження.

В екології прийнятий антропоцентричний підхід, тобто всі зміни, які відбуваються у навколишньому середовищі, ми оціню-

ємо з точки зору оцінки ступеню ризику проживання людини на забрудненій території, впливу на здоров'я людини спостережуваних змін у навколишньому середовищі.

В математичному моделюванні та прогнозуванні стану екосистем існує два підходи. Перший полягає в пошуку кореляційних емпіричних зв'язків між вихідними параметрами, які характеризують стан зовнішнього, по відношенню до даної екосистеми (метеорологічні, гідрологічні, агрономічні і т.д.), середовища та кінцевим станом даної екосистеми. При цьому сутністю процесів, що протікають в екосистемі, і чому вони протікають так, а не інакше, не цікавляться. Математичну основу такого підходу складають статистичні методи – кореляційний та регресійний аналізи, теорія випадкових функцій і т. д. Інший шлях базується на використанні моделей побудованих на основі фізичних та хімічних законів кругообігу енергії та речовини у навколишньому середовищі із використанням відомих на сьогодні фізіологічних та біофізичних закономірностей у розвитку біоценозу та взаємодії біотичної і абіотичної компонент біогеоценозу. Цінність таких теоретичних моделей полягає у тому, що вони в процесі удосконалення набувають все більш і більш прикладне значення, - саме такі моделі дають змогу зрозуміти суть експериментальних вимірювань Розвиток теоретичного моделювання дав можливість наприкінці 70-х і на початку 80-х років минулого сторіччя перейти від екологічно загальних оцінок до біофізичної екології.

Зміна стану навколишнього середовища, або як ми говоримо довкілля, є результатом впливу та взаємодії багатьох процесів. Деякі процеси, як наприклад міграція поллютантів у ґрунті, перенесення їх у повітрі або у водному середовищі, можна описати за допомогою рівнянь гідродинаміки, термодинаміки, використовуючи відомості із фізики, хімії, біофізики і т.д. Розв'язок згаданих рівнянь дає можливість отримати формули, які пов'язують відгук розглядуваної системи із впливом на неї зовнішніх факторів. Точність прогнозу, отриманого в результаті розв'язування уже чисто математичної задачі, сформульованої на основі наших уявлень про процеси, які відбуваються у розглядуваній нами системі, залежить від ступеню нашого розуміння цих процесів, від тих спрощень, які ми зробили ідеалізуючи нашу систему, а також від

тих наближень, які ми робимо під час розв'язку отриманих нами рівнянь. Дуже часто рівняння, які ми отримуємо при спробі описати процеси у навколишньому середовищі, є складними і не піддаються точному розв'язку навіть числовому за обмежений відрізок часу. Крім цього, у природі часто процеси настільки тісно пов'язані між собою, що сформулювати відповідну спрощену модельну задачу дуже складно. Ці процеси зазнають впливу настільки великого числа зовнішніх факторів, що врахувати їх усі просто неможливо. Можна говорити лише про те, що існує певна ймовірність того, що такий – то процес відбувається. У такому разі корисним є використання статистичних методів. Окрім цього сьогодні існує добре розвинена теорія ймовірностей, розвинуті різні статистичні методи, які дають змогу робити висновки та прогнози з певною ймовірністю.

Таким чином, у процесі математичного моделювання виникає проблема розгляду рівнянь різного ступеню складності та їх систем. Ця обставина обумовлює використання при аналізі та прогнозуванні стану довкілля різних комп'ютерних технологій, що значно скорочують час, необхідний для розв'язку математичної задачі.

Тимофій Васильович Пасічник

Моделювання та прогнозування стану довкілля

Навчальний посібник

Формат 60x84/16. Папір офсетний.
Гарнітура Times New Roman
Умовн. друк. арк. 12,5.

ПП «Магнолія 2006»
м. Львів-53, 79053, Україна, тел.+380503701957
e-mail: magnol06@ukr.net

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи
до Державного реєстру видавців, виготівників і розповсюджувачів
видавничої продукції: серія ДК № 2534 від 21.06.2006 року, видане
Державним комітетом інформаційної політики, телебачення та
радіомовлення України

Надруковано у друкарні видавництва «Магнолія 2006»