

**Дедів Л.Є., Сверстюк А.С., Дедів І.Ю.,
Хвостівський М.О., Дозорський В.Г., Яворська Є.Б.**

**МАТЕМАТИЧНЕ ТА КОМП'ЮТЕРНЕ
МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРОКАРДІОСИГНАЛІВ
У СИСТЕМАХ ГОЛТЕРІВСЬКОГО МОНІТОРИНГУ**

Наукова монографія

Видавництво «Магнолія - 2006»

Львів 2024

УДК 519.218:612.17
М 34

Відтворення цієї книги або будь-якої її частини заборонено без письмової згоди видавництва. Будь-які спроби порушення авторських прав будуть переслідуватися у судовому порядку.

Рецензенти:

Сафоник А.П. – доктор технічних наук, професор, кафедри автоматизації, електротехнічних та комп'ютерно-інтегрованих технологій Національного університету водного господарства та природокористування, м. Рівне, МОН України

Коваленко І.І. – доктор технічних наук, професор, професор кафедри інженерії програмного забезпечення Чорноморського національного університету імені Петра Могили, м. Миколаїв, МОН України

Рекомендовано Вченою радою
Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя
(Протокол №14 від 21 грудня 2021р.)

Дедів Л.Є., Сверстюк А.С., Дедів І.Ю., Хвостівський М.О., Дозорський В.Г., Яворська Є.Б.

М 34 *Математичне та комп'ютерне моделювання електрокардіосигналів у системах голтерівського моніторингу* / Л.Є. Дедів, А.С. Сверстюк, І.Ю. Дедів, М.О. Хвостівський, В.Г. Дозорський, Є.Б. Яворська. – Львів: Видавництво «Магнолія - 2006», 2024. – 120 с.

Монографію присвячено побудові математичних, імітаційних моделей та методів опрацювання електрокардіосигналів у системах голтерівського моніторингу.

Обґрунтовано модель електрокардіосигналу у вигляді кусково-періодично корельованого випадкового процесу, яка враховує зміну електрокардіосигналу впродовж доби та дає змогу визначити статистичні оцінки імовірнісних характеристик. Розроблено метод статистичного опрацювання добового електрокардіосигналу, з використанням формалізованої і автоматизованої процедури, який дає змогу своєчасно виявити приховані патологічні зміни у функціонуванні серця людини. Розроблено комп'ютерну імітаційну модель електрокардіосигналу базуючись на удосконаленій математичній моделі для потреб верифікації і тестування розроблених методів опрацювання електрокардіосигналів у системах голтерівського моніторингу.

ISBN 978-617-574-218-1

© Дедів Л.Є., Сверстюк А.С., Дедів І.Ю.,
Хвостівський М.О., Дозорський В.Г., Яворська Є.Б. 2024

© ПП “Магнолія 2006”, 2024

© ФОП Марченко Т. В. 2024

ЗМІСТ

Вступне слово авторів монографії	5
Перелік умовних позначень, символів і скорочень	7
Вступ	9
Розділ 1. Огляд відомих математичних моделей електрокардіосигналів у системах голтерівського моніторингу	11
1.1. Голтерівський моніторинг електрокардіосигналу	11
1.1.1. Особливості голтерівського моніторингу	11
1.1.2. Огляд відомих рішень	14
1.1.3. Якість голтерівського моніторингу	21
1.1.4. Можливості сучасних голтерівських моніторів	21
1.2. Математичні моделі електрокардіосигналів у системах голтерівського моніторингу	22
1.2.1. Детерміновані математичні моделі	23
1.2.2. Стохастичні математичні моделі	24
1.3. Актуальність побудови математичної моделі електрокардіосигналу у системах голтерівського моніторингу	29
1.4. Висновки до розділу 1	30
Розділ 2. Обґрунтування математичної моделі електрокардіосигналу для задачі голтерівського моніторингу	31
2.1. Структура електрокардіосигналу в системах голтерівського моніторингу	31
2.2. Аналіз ймовірнісних характеристик електрокардіосигналу	32
2.3. Модель ритміки та її опис засобами енергетичної теорії стохастичних сигналів	36
2.4. Математична модель електрокардіосигналу як двоперіодної ритміки та обґрунтування подання її у вигляді кусково періодично корельованого випадкового процесу	38
2.5. Висновки до розділу 2	44
Розділ 3. Метод аналізу електрокардіосигналів для систем голтерівського моніторингу	46
3.1. Обґрунтування вибору методу аналізу електрокардіосигналу як кусково періодичного корельованого випадкового процесу	46
3.1.1. Синфазний метод	46
3.1.2. Компонентний метод	49
3.1.3. Вибір адекватного методу аналізу електрокардіосигналу в системах голтерівського моніторингу	51
3.2. Визначення періоду корельованості електрокардіосигналу	52

3.3. Реалізація алгоритму синфазного методу опрацювання електрокардіосигналу в системах голтерівського моніторингу	55
3.4. Висновки до розділу 3	60
Розділ 4. Результати експериментальних досліджень характеристик електрокардіосигналу в системах голтерівського моніторингу	61
4.1. Спосіб візуалізації електрокардіосигналів в системах голтерівського моніторингу	61
4.2. Результати опрацювання електрокардіосигналу синфазним методом	62
4.3. Оцінювання достовірності результатів опрацювання електрокардіосигналу	67
4.4. Комп'ютерна імітаційна модель електрокардіосигналу на основі кусково періодично корельованого випадкового процесу	74
4.5. Перевірка адекватності математичної моделі електрокардіосигналу	85
4.6. Висновки до розділу 4	86
Висновки	88
Додатки	89
Додаток А. Система голтерівського моніторингу ЕКС та АТ «Кардіосенс»	90
Додаток Б. Механізм формування електрокардіосигналу	92
Додаток В. Мофологічні характеристики електрокардіосигналу	99
Додаток Г. Опис функцій пакету прикладних програм для опрацювання електрокардіосигналу як кускової періодично корельованої випадкової послідовності	105
Список використаних джерел	113

ВСТУПНЕ СЛОВО
АВТОРІВ МОНОГРАФІЇ
«МАТЕМАТИЧНЕ ТА КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ
ЕЛЕКТРОКАРДІОСИГНАЛІВ У СИСТЕМАХ
ГОЛТЕРІВСЬКОГО МОНІТОРИНГУ»

Присвячується пам'яті професора
Драгана Ярослава Петровича
– Учителя великої плеяди науковців України

Життєве кредо Ярослава Петровича:
"Що має статися, має статися – дай йому шанс. Думай, читай і пильнуй".

*Учися, дитино, бо вчитися треба;
Шукай сонця правди, хай розум не спить;
Того що навчився – воді не залити,
Не взяти розбоєм, вогнем не спалить!*
(Володимир Масляк)

Вельмишановний читачу!

Вашій увазі пропонується наукова монографія "Математичне та комп'ютерне моделювання електрокардіосигналів у системах голтерівського моніторингу" присвячена вдосконаленню досліджуваних систем, авторами якої є Дедів Л.Є., Сверстюк А.С., Дедів І.Ю., Хвостівський М.О., Дозорський В.Г., Яворська Є.Б.

У монографії використано методи математичного аналізу та засоби системного аналізу стану апаратного та програмного забезпечення в заданій предметній області для формулювання задач виявлення та ідентифікації стану серцево-судинної системи людини й обґрунтування адекватної до мінливості природніх факторів моделі електрокардіосигналу, базуючись на знанні здобутків теорії стохастичних сигналів, яка ґрунтується на енергетичній теорії, що є завершенням гільбертизації кореляційної теорії випадкових процесів.

Потреба розвитку теорії таких процесів стимулювалася кінчею обґрунтування моделей ритміки та відповідних їм алгоритмів опрацювання даних міряння характеристик ритмічних процесів і, як результат, було створено енергетичну теорію стохастичних сигналів з виокремленням енергетичних класів їх – процесів скінченної енергії та процесів скінченної середньої потужності та розробленням адекватних розв'язанню її задач засобів сучасного функціонального аналізу, що ними є відповідні варіанти гільбертових просторів над гільбертовими просторами, оснащені гільбертові простори, теорія базисів зображень процесів. Системний аналіз цих проблем зумовив потребу означення нових адекватних цій теорії і ширших за відомі до того, поняття гармонізованості й ергодичності, ізостаціонарності та визначуваних операторами узагальненого зсуву класів випадкових процесів і операторів –

перетворювачів їх. Такий підхід відкрив можливість створити стохастичну теорію ритміки на підставі істотних результатів стосовно періодично корельованих та новозапроваджених поліперіодно корельованих випадкових процесів як моделей простої і відповідно кратної ритміки, які в описі стохастичних коливань поєднують повторність і випадковість значень їхніх характеристик.

Теорія ритміки стала базою розроблення стохастичних методів аналізу в застосуваннях до вивчення природних, біотехнічних та соціальних систем, зокрема у застосуваннях теорії і статистичних методів аналізу ритміки у проблемах гідроаерокосмосу (морські хвилі, гідроакустика та добовосезонний хід інших океанологічних процесів; стохастичні коливання і тестові сигнали систем опрацювання даних; йоносфера і потоки авроральних частинок; синергетика і радіоліз твердих тіл; розпізнавання ритмічних сигналів і діагностика стану біо-об'єктів; космічне приладобудування і контроль виробничо-технічних процесів).

Енергетична теорія стохастичних сигналів знайшла остаточне завершення у працях Ярослава Петровича Драгана і дала засоби та можливості для обґрунтування моделей ряду біологічних процесів і сигналів.

У межах цієї теорії адекватною моделлю стохастичних коливань, які несуть у своїх характеристиках відбитки екзогенних та ендогенних ритмів, є періодично корельований випадковий процес. Властивості такого класу процесів як імовірнісних об'єктів є підставою обґрунтування способу визначення значень інформативних ознак електрокардіосигналу, які виконують роль діагностичних за різних станів серцево-судинної системи. Отримані при цьому результати, будучи складовими МАПР-тріади: модель-алгоритм-програмна реалізація, придатні для використання при проектуванні спецпроцесорів електронних засобів діагностики.

Отримані творчим колективом наукові результати розвивають та доповнюють відомі класичні математичні моделі, методи опрацювання та комп'ютерної імітації, а також відповідні програмно-апаратні засоби, відкриваючи нові горизонти творчого науково-інженерного пошуку в царині математичного моделювання біосигналів.

З глибокою повагою,
кандидат технічних наук, доцент
доктор технічних наук, професор
кандидат технічних наук, доцент
кандидат технічних наук, доцент
кандидат технічних наук, доцент
кандидат технічних наук, доцент

Леонід Дедів
Андрій Сверстюк
Ірина Дедів
Микола Хвостівський
Василь Дозорський
Євгенія Яворська

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СИМВОЛІВ І СКОРОЧЕНЬ

АСГМ – автоматизована система голтерівського моніторингу;
ГМ – голтерівський моніторинг;
ВКЗ – взаємокореляційні зв'язки;
ВП – випадковий процес;
ДБГШ – дискретний білий гаусівський шум;
ЕКС – електрокардіосигнал;
ЕТСС – енергетична теорія стохастичних сигналів;
ПЗ – програмне забезпечення;
ПК – персональний комп'ютер;
ПКВП – періодично корельований випадковий процес;
КПКВП – кусково-періодично корельований випадковий процес;
ЛВП – лінійний випадковий процес;
ЧСС – частота серцевих скорочень;
A, M, D – множини (числові, підмножини числової осі, **R**);
 a_k – сама тільки k -а компонента простору чи k -ий елемент послідовності;
 $B(u)$ – коваріація стаціонаризианти (середня чи інтегральна коваріація)
нестационарного випадкового процесу;
 \mathbf{V}^p – простір з метрикою Бора-Безиковича інтегровних з p -им степенем
функцій на числовій осі;
 $\mathbf{V}^2(\mathbf{H})$ – гільбертів \mathbf{V}^2 - простір над простором \mathbf{H} ;
 $b(t, u)$ – параметрична (зсувова) коваріація значень у момент t випадкового
процесу та зсунутої на u його версії;
C – множина всіх комплексних чисел;
 $d_\xi, d_\xi(t)$ – дисперсія випадкової величини чи випадкового процесу;
E – символ оператора математичного сподівання;
 E_ξ – енергія випадкового процесу $\xi, t \in D$;
 $E(\bullet)$ – теоретико-числова функція ціла частина числа;
 $\exp(\bullet)$ – експонента (показникова функція);
 $F(\Delta, \Delta')$ – спектральна біміра гармонізованого випадкового процесу – її
значення на декартовому добутку $\Delta \times \Delta'$ множин Δ та Δ' ;
 $f, f(\bullet)$ – символ функції, трактованої як елемент векторного функційного
простору;
 $f: D \rightarrow M$ – функція як відображення множини **D** у множину **M**;
 $f(t)$ – значення функції $f(\bullet)$ у точці $t \in \mathbf{D}$, тобто $f(t) \in \mathbf{M}$;
H – абстрактний гільбертів простір;
 $H(\bullet)$ – функція (стрибок, сходинка) Гевісайда;
 H_0, H_1 – статистичні гіпотези;
K – колмогорівський простір випадкових величин скінченої дисперсії;
 $\mathbf{L}(D; S)$ – простір функції на множині **D**, інтегровних за мірою S ;

$L^p(\mathbf{D})$ – простір числових функцій на множині \mathbf{D} , інтегрованих за Лебегом з p -им степенем;
 $L^2(\mathbf{D}, \mathbf{H})$ – простір інтегрованих з квадратом функцій означених на множині \mathbf{D} , зі значеннями у просторі \mathbf{H} ;
 $L(\mathbf{D}^2, f)$ – простір функцій двох змінних, інтегрованих з вагою (ядром) $f(\lambda, \mu)$;
 $L_0(\Omega, p)$ – простір центрованих випадкових величин скінченої дисперсії на множині елементарних подій Ω з розподілом імовірностей p ;
 $l(\mathbf{A})$ – міра Лебега множини \mathbf{A} ;
 M, M_t – символ усереднення (за змінною t) на числовій осі;
 m_k – k -а компонента матсподівання періодично корельованого випадкового процесу;
 $m_\xi, m_\xi(t)$ – математичне сподівання випадкової величини чи випадкового процесу;
 \mathbf{N}, \mathbf{N}_+ – множина натуральних та відповідно невід’ємних цілих чисел;
 P_ξ – середня (по числовій осі) потужність випадкового процесу $\xi(t), t \in \mathbf{R}$;
 $R(u)$ – коваріація стаціонарного випадкового процесу його значень, віддалених одне від одного на u ;
 \Re – дійсна частина комплексного числа;
 \mathbf{R} – множина дійсних чисел;
 \mathbf{R}_+ – множина дійсних додатних чисел;
 $r(t, s)$ – коваріація значень випадкового процесу у момент t та s .
 \sup – верхня межа (грань) множини дійсних чисел;
 U – унітарний оператор зсуву на числовій осі;
 \mathbf{Z}, \mathbf{Z}_+ – множина всіх і відповідно підмножина додатних цілих чисел;
 Φ – символ перетворення Фур’є;
 $\hbar, \hbar^\varepsilon, \hbar^\pi$ – загальний і відповідно L^2 та \mathbf{B}^2 простори над простором \mathbf{K} ;
 ξ – випадкова величина;
 T – період функції або сигналу;
 Δt – крок дискретизації;
 ψ – випадкове число;
 $\xi_k(t)$ – стаціонарні компоненти ПКВП;
 $\delta(\bullet)$ – дельта функція Гевісайда-Дірака;
 ε – клас випадкових процесів скінченої енергії;
 π – клас випадкових процесів скінченої середньої потужності;
 π^T – клас періодично корельованих з тим самим періодом корельованості T випадкових процесів скінченої середньої потужності;
 Ω – простір елементарних подій;
 \cup – об’єднання множин.

ВСТУП

Серцево-судинні захворювання, переважно ішемічна хвороба серця та інсульт, є основними причинами смертності й одними з основних факторів інвалідності в усьому світі. Такі висновки отримані з дослідження GBD (*Global Burden of Disease*) за 2019 рік.

Тягар серцево-судинних захворювань продовжує зростати протягом десятиліть майже у всіх країнах із середнім і низьким рівнем доходу. Викликає тривогу і той факт, що стандартизований за віком показник серцево-судинних захворювань почав рости в деяких країнах із високим рівнем доходу, де раніше він знижувався.

Виявлення випадків серцево-судинних захворювань майже подвоїлося з 271 мільйона в 1990 році до 523 мільйонів у 2019 році, а кількість смертей від серцево-судинних захворювань неухильно збільшувалася з 12,1 мільйона в 1990 році до 18,6 мільйона у 2019 році.

В Україні серцево-судинні захворювання є головною причиною смертності населення. За цим показником наша країна лишається одним зі світових лідерів.

Тому, важливим завданням сучасної кардіології в Україні та у світі є своєчасне виявлення і запобігання серцево-судинних патологій.

Діагностування стану серцево-судинної системи за електрокардіосигналом (ЕКС) проводять з використанням голтерівських систем моніторингу (зокрема, Edilog Excel (Oxford, Англія), MT-100 (Schiller, Швейцарія), Mars PC (GE, США), Кардіотехніка (ИНКАРТ, Росія, Санкт-Петербург), Ритм (НТО “БЭТА”, Україна, Кіровоград), Кардіосенс (НТЦ «ХАІ-Медика», Україна, Харків)).

Відомі математичні моделі та розроблені на їх основі методи аналізу характеристик електрокардіосигналів, використані у цих системах, не враховують того, що функціонування серцево-судинної системи впродовж доби є накладанням серцевого ритму і впливу на нього добової зміни стану організму і, тим самим, не забезпечують точності діагностування. Діагностична цінність голтерівського моніторингу (ГМ) залежить від наявності системи моніторингу, що базується на адекватній математичній моделі, яка враховує добову структуру ЕКС, тобто добовий хід зміни серцевого ритму і дає змогу автоматизовано проводити процес діагностування.

Тому, актуальним залишається питання удосконалення математичної моделі електрокардіосигналу та розроблення на її основі методу його аналізу для підвищення інформативності автоматизованих систем голтерівського моніторингу.

У першому розділі проведено аналіз відомих математичних моделей електрокардіосигналів у системах голтерівського моніторингу та методів опрацювання їх для обґрунтування напрямку наукового дослідження.

У другому розділі удосконалено математичну модель електрокардіосигналу, щоб врахувати у її структурі подвійну ритміку – ритміку

серцево-судинної системи та добовий хід станів системи як мінливість довготривалого електрокардіосигналу для розв'язання задач оперативного та достовірного виявлення змін у функціонуванні серцево-судинної системи.

У третьому розділі обґрунтовано метод статистичного опрацювання та комп'ютерного імітаційного моделювання електрокардіосигналу на основі математичної моделі для підвищення інформативності систем голтерівського моніторингу.

У червтому розділі обґрунтовано застосовність нових інформативних ознак електрокардіосигналу в системах голтерівського моніторингу і спосіб обчислення оцінки достовірності отриманих результатів. Розроблено програмне забезпечення для опрацювання електрокардіосигналів для верифікації удосконаленої математичної моделі та статистичного методу її опрацювання.

Навчальне видання

**Дедів Л.Є., Сверстюк А.С., Дедів І.Ю.,
Хвостівський М.О., Дозорський В.Г., Яворська Є.Б.**

Математичне та комп'ютерне моделювання електрокардіосигналів у системах голтерівського моніторингу

Монографія

Формат 70x100/16

Папір офсетний. Гарнітура Тип Таймс Умовн. друк. арк. 9,83.

ПП "Магнолія 2006"

м. Львів-53, 79053, Україна, тел.+380503701957 e-mail: picha1938@ukr.net

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного реєстру видавців, виготівників і розповсюджувачів видавничої продукції: серія ДК № 2534 від 21.06.2006 року, видане Державним комітетом інформаційної політики, телебачення та радіомовлення України

Видавець Марченко Т. В.

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного реєстру видавців, виготовлювачів і розповсюджувачів видавничої продукції: серія ДК № 6784 від 30.05.2019 року, видане Державним комітетом інформаційної політики, телебачення та радіомовлення України

Надруковано у друкарні видавця ФОП Марченко Т. В.